PROVA G2 FIS 1026 – 07/10/2010

MECÂNICA NEWTONIANA B

NOME: Gabarito ______________________________ Nº:__________

TURMA:________

QUESTÃO	VALOR	GRAU	REVISÃO
1	4,0		
2	3,0		
3	3,0		
TOTAL	10,0		

Dados:

$g = 10,0\ m/s^2 = 1000\ cm/s^2$

$K = ½\ m\ v^2$; $W = \int \mathbf{F} \cdot \mathbf{ds}$; $W_{cons} = -\Delta U$; $W_{mola} = ½\ k\ x_i^2 - ½\ k\ x_f^2$

$W_{total} = \Delta K$; $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$; $\mathbf{F}_{med} = \Delta \mathbf{P} / \Delta t$; $\sum \mathbf{F}_{ext} = M\mathbf{a}_{cm}$; $M\mathbf{v}_{cm} = \sum \mathbf{p}_i$;

$\mathbf{R}_{cm} = \Sigma\ m_i\ \mathbf{r}_i / \Sigma\ m_i$

$\int As^n\ ds = A\ s^{(n+1)} / (n+1)$

Col. elástica: $\mathbf{P}_a = \mathbf{P}_d$ e $K_{1a} + K_{2a} = K_{1d} + K_{2d}$ ou $v_{1a} - v_{2a} = -(v_{1d} - v_{2d})$

Col. elástica unidimensional:

$$v1f = \frac{m1 - m2}{m1 + m2}\, v1i + \frac{2\, m2}{m1 + m2}\, v2i$$

$$v2f = \frac{2\, m1}{m1 + m2}\, v1i + \frac{m2 - m1}{m1 + m2}\, v2i$$

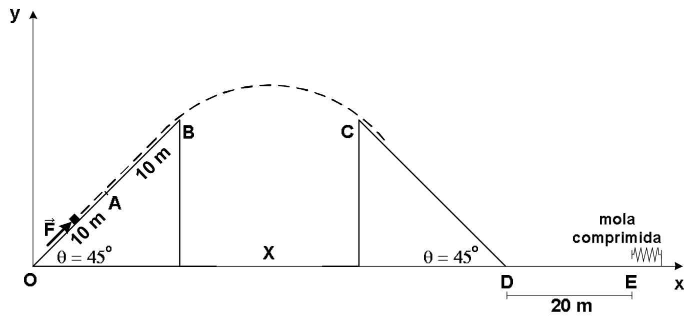
Obs.: os cálculos devem ser feitos com 2 números significativos

A duração da prova é de 1 hora e 50 minutos.

Respostas sem justificativa não serão computadas.

Esta prova tem 4 folhas, contando com a capa. Confira.

(1ª questão - 4,0 pontos) A pista de obstáculos mostrada na figura será percorrida por um carro de massa m = 100 kg. Os planos inclinados são idênticos, formam o ângulo de 45° com a horizontal e têm comprimentos totais OB = CD = 20 m. A força variável F(s) = F_o[s(10 – s)+1] (N) é paralela ao plano inclinado e atua entre os pontos O e A (OA = 10 m), empurrando o carro para cima a partir do repouso na origem O. Na equação que define a força, s é a distância medida ao longo do plano inclinado a partir da origem O (0 m ≤ s ≤10 m).



a) Determine o trabalho realizado pela força sobre o carro no intervalo OA em função do parâmetro F_o.

$$W_F = F_o \int_0^{10}[s(10-s)+1]ds = F_o\left[5s^2 - \frac{s^3}{3} + s\right]_0^{10} = F_o\left(500 - \frac{1000}{3} + 10\right) = \frac{530}{3}F_o \text{ J}$$

b) Sabendo que o carro atinge o ponto B com velocidade de módulo v_B = 20 m/s e que não existe atrito no trecho OB, determine o valor do parâmetro F_o, usando conceitos de energia.

Como a variação da energia mecânica do sistema (carro) entre os pontos O (inicial) e B (final) é igual ao trabalho W_F, tem-se

$$\Delta E_{mec} = \left(\frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B\right) - \left(\frac{1}{2}mv_O^2 + mgh_O\right) = W_F$$

Como $v_O = 0$, $h_O = 0$, $h_B - \overline{OB}sen\theta$ e W_F foi calculado em (a), a equação acima fornece

$$100 \times \left(\frac{1}{2} \times 20^2 + 10 \times 20 \times \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{530}{3}F_o \rightarrow 176{,}67\ F_o = 34142{,}14 \rightarrow F_o = 193{,}26\ \frac{N}{m^2}$$

c) Determine o valor da distância X para que, após se deslocar no ar no trecho BC, o carro tenha vetor velocidade tangente ao segundo plano inclinado no ponto C.

O carro se movimenta como um projétil no ar entre os pontos B e C, conservando sua energia mecânica. Como os pontos B e C têm a mesma altura ($h_C = h_B$) e a velocidade horizontal de um projétil é constante ($v_{Cx} = v_{Bx}$), tem-se

$$\Delta E_{mec} = \left(\frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C\right) - \left(\frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B\right) = 0 \rightarrow v_C^2 = v_B^2 \rightarrow v_{Cx}^2 + v_{Cy}^2 = v_{Bx}^2 + v_{By}^2$$

Portanto $v_C = v_B = 20\ m/s$ (em módulo) e $v_{Cy} = -v_{By}$. Como $v_{Cy} = v_{By} - gt$, tem-se

$$-2v_{By} = -gt \rightarrow t = 2v_{By}/g = 2\ v_B sen\theta/g = 2 \times 20 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{10} = 2\sqrt{2}\ s$$

Finalmente $X - v_{Bx}t - v_B\ cos\theta\ t - 20 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times 2\sqrt{2} - 40\ m$

d) Sabe-se que o coeficiente de atrito cinético entre o trecho CDE da pista e o carro é μ_c = 0,5 e deseja-se que o carro percorra 20 m no trecho horizontal DE da pista até parar, comprimindo a mola ideal de 1 m. Determine o valor da constante elástica da mola, usando conceitos de energia.

Como a variação da energia mecânica do sistema (carro+mola) entre os pontos B (inicial) e E (final) se deve ao atrito no trecho CDE, tem-se

$$\left(\frac{1}{2}mv_E^2 + mgh_E + \frac{1}{2}kx_E^2\right) - \left(\frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B + \frac{1}{2}kx_B^2\right) = -\mu_c mg(\cos\theta\ \overline{CD} + \overline{DE})$$

Como $v_E = 0$, $h_E = 0$, $x_B = 0$ e $h_B = \overline{OB}sen\theta$, a equação acima fornece

$$\frac{1}{2}kx_E^2 = \left(\frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B\right) - \mu_c mg(\cos 0\ \overline{CD} + \overline{DE})$$

$$\frac{1}{2}k = 34142{,}14 - 0{,}5 \times 100 \times 10 \times \left(20 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 20\right) = 17071{,}07 \rightarrow k = 34142{,}14 \text{ N/m}$$

(2ª questão - 3,0 pontos) a) Um biscoito de massa M se movimenta numa mesa horizontal sem atrito, numa trajetória retilínea com velocidade V = 3**i**+4**j** (m/s). Repentinamente o biscoito explode em dois pedaços: um de massa m_1=0,3 M e outro de massa m_2=0,7 M. Logo após a explosão, o pedaço de massa m_1 se movimenta com velocidade v_1 = -3**i**+4**j** (m/s). Calcule o vetor velocidade v_2 da massa m_2.

Conservação do momento linear: MV = m1v_1 + m2v_2.

Então: M(3i+4j) = 0,3M(-3i+4j)+0,7Mv_2 → (3i+4j)=(-0,9i+1,2j)+0,7v_2 →

v_2 = [3,9i+2,8j]/0,7 = 5,57i+4j (m/s)

b) Duas bolas de chiclete batem numa colisão perfeitamente inelástica, formando uma bolota de chiclete de massa M. As velocidades antes da colisão são v_1 = 1**i**+1**j** (m/s) e v_2 = -2**i**-5**j** (m/s). Após a colisão a velocidade da bolota é V = -1**i**-3**j** (m/s). Calcule os quocientes m_1/M e m_2/M.

Conservação do momento linear: $m_1v_1 + m_2v_2 = MV$

Por componentes: eixo X → $m_1 - 2m_2 = -M$; eixo Y → $m_1 - 5m_2 = -3M$

Assim, subtraindo X – Y teremos: $3m_2 = 2M$ → $m_2/M = 2/3$. Substituindo em X ou Y ou lembrando que $m_1 + m_2 = M$ teremos que $m_1/M = 1/3$.

c) Duas bolas de sinuca colidem elasticamente. Elas se movimentam numa mesa horizontal sem atrito. As duas bolas têm massas iguais. As velocidades antes da colisão são v_{1a} = 1,4142**i** (m/s) e v_{2a} = 1,00**j** (m/s). Logo depois da colisão a velocidade da bola 1 é v_{1d} = 0,4142**i** + 1,31**j**. Calcule o vetor velocidade $\mathbf{v}_{2d}$ da bola 2 e a energia cinética K_d do sistema logo depois da colisão. Assuma a massa de cada bola igual a 200 g.

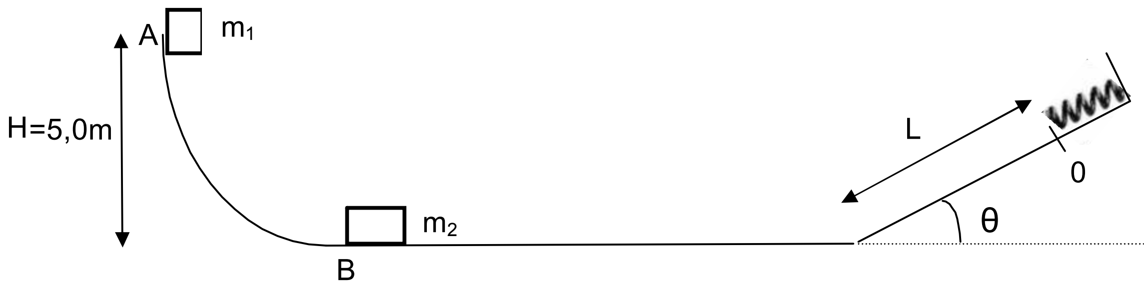
Conservação do momento linear: $m_1\mathbf{v}_{1a} + m_2\mathbf{v}_{2a} = m_1\mathbf{v}_{1d} + m_2\mathbf{v}_{2d}$

Conservação da energia cinética: $\frac{1}{2} m_1v_{1a}^2 + \frac{1}{2} m_2v_{2a}^2 = \frac{1}{2} m_1v_{1d}^2 + \frac{1}{2} m_2v_{2d}^2$
x: 1,4142 **i** = 0,4142 **i** + v_{2dx} → v_{2dx} = 1**i**   y: 1 **j** = 1,31 **j** + v_{2dy} → v_{2dy} = -0,31 **j**

v_{2d} = (1**i**-0,31**j**) m/s

$K_a = K_d = \frac{1}{2} m_1v_{1a}^2 + \frac{1}{2} m_2v_{2a}^2 = 0{,}3$ J.

(3ª questão - 3,0 pontos) Considere o trilho sem atrito mostrado na figura abaixo.



Um bloco de massa m_1 = 5,0 kg é solto com velocidade inicial de 36 km/h no ponto A. No ponto B ele colide elasticamente com o bloco de massa $m_2 = 10^4$ g. O bloco de massa m_2 percorre o trilho e alcança uma rampa de inclinação $\theta = 30^o$ e comprimento L até uma mola relaxada de constante elástica k = 1,0 N/cm. Observe atentamente as unidades nos campos de resposta e determine:

a) A altura máxima h alcançada pelo bloco de massa m_1 APÓS a colisão.

a) determino a velocidade com que m_1 alcança m_2

$$E^{i}_{MEC} = m_1 g h + \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2$$

$$E^{f}_{MEC} = \frac{1}{2} m_1 v'^2_{1f}$$

$$\cancel{\frac{1}{2}}\cancel{m_1} v'^2_{1f} = 2\cancel{m_1} g h + \cancel{\frac{1}{2}}\cancel{m_1} v_{1i}^2$$

$$v'^2_{1f} = 2gh + v_{1i}^2 \Rightarrow v'^2_{1f} = (2)(10)(5) + 10^2$$

$$v'^2_{1f} = 100 + 100 = 200$$

$$v'_{1f} = \sqrt{200} = 14,14 \text{ m/s}$$

Desse modo:

$$v_{1f} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v'_{1f} = -\frac{5}{15}(14,14) = -4,71 \text{ m/s}$$

$$v_{2f} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v'_{1f} = \frac{10}{15}(14,14) = +9,43 \text{ m/s}$$

a altura final: $\frac{1}{2}\cancel{m_1} v_{1f}^2 = \cancel{m_1} g h_f$

$$h_f = \frac{v_{1f}^2}{2g} = 1,11 \text{ m}$$

b) O comprimento mínimo L da rampa para que o bloco de massa m_2 não alcance a mola.

$$\text{b)}\quad \frac{1}{2}\cancel{m_2}v_{2f}^2 = \cancel{m_2}g\,L\,\text{sen}\,\theta \Rightarrow L = \frac{v_{2f}^2}{2g\,\text{sen}\,\theta} = \frac{9{,}43^2}{(2)(10)(1/2)}$$

$$L = 8{,}89\ \text{m}$$

c) Se L = 500 cm, determine a compressão máxima da mola.

$$\text{c)}\quad E^{i}_{MEC} = E^{f}_{MEC} \Rightarrow \frac{1}{2}m_2 v_{2f}^2 = m_2 g\,(L+\Delta x)\,\text{sen}\,\theta + \frac{1}{2}k\,\Delta x^2$$

$$\frac{1}{2}k\,\Delta x^2 + m_2 g\,\text{sen}\,\theta\,\Delta x + \left[m_2 g\,L\,\text{sen}\,\theta - \frac{1}{2}m_2 v_{2f}^2\right] = 0$$

$$\frac{1}{2}(100)\,\Delta x^2 + (10)(10)(1/2)\,\Delta x + \left[(10)(10)(5)(1/2) - (1/2)(10)(9{,}43)^2\right] = 0$$

$$50\,\Delta x^2 + 50\,\Delta x - 194{,}6 = 0 \Rightarrow \Delta x^2 + \Delta x - 3{,}892 = 0$$

$$\Delta x = +1{,}53\ \text{m} \qquad \cancel{\Delta x = -2{,}535}$$