PROVA G2 FIS 1026 – 03/05/2011

MECÂNICA NEWTONIANA B

NOME: Gabarito ______________________ Nº:_________

TURMA:_______

QUESTÃO	VALOR	GRAU	REVISÃO
1	3,0		
2	4,0		
3	3,0		
TOTAL	10,0		

Dados:

$g = 10{,}0\ m/s^2 = 1000\ cm/s^2$

$K = ½\, m\, v^2$; $W = \int \mathbf{F} \cdot \mathbf{ds}$; $W_{cons} = -\Delta U$; $W_{mola} = ½\, k\, x_i^2 - ½\, k\, x_f^2$

$W_{total} = \Delta K$; $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$; $\mathbf{F}_{med} = \Delta \mathbf{P} / \Delta t$; $\sum \mathbf{F}_{ext} = M\mathbf{a}_{cm}$; $M\mathbf{v}_{cm} = \sum \mathbf{p}_i$;

$\mathbf{R}_{cm} = \Sigma\, m_i\, \mathbf{r}_i / \Sigma\, m_i$

$\int As^n\, ds = A\, s^{(n+1)} / (n+1)$

Col. elástica: $\mathbf{P}_i = \mathbf{P}_f$ e $K_{1i} + K_{2i} = K_{1f} + K_{2f}$

Col. elástica unidimensional:

$v_{1f} = (m_1 - m_2)\, v_{1i} / (m_1 + m_2) + 2\, m_2\, v_{2i} / (m_1 + m_2)$

$v_{2f} = 2\, m_1\, v_{1i} / (m_1 + m_2) + (m_2 - m_1)\, v_{2i} / (m_1 + m_2)$

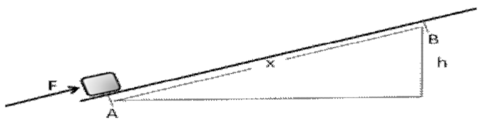
Obs.: os cálculos devem ser feitos com 2 números significativos

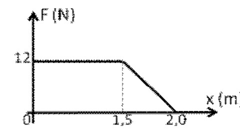
A duração da prova é de 1 hora e 50 minutos.

Respostas sem justificativa não serão computadas.

Esta prova tem 4 folhas, contando com a capa. Confira.

(1ª questão - 3,0 pontos) a) Um bloco de massa m = 2,0 kg sobe o plano inclinado liso da figura, iniciando o trajeto com velocidade nula no ponto A. A força F exercida sobre o bloco é sempre paralela ao plano inclinado e sua intensidade tem o comportamento com o deslocamento x dado pelo gráfico F(x), com valores de força em Newtons e de deslocamento em metros. O deslocamento total desde o ponto A até o ponto B vale x = 2,0 m, e a diferença de alturas correspondente vale h = 1,0 m.





Calcule o trabalho realizado pela força F ao longo de todo o deslocamento de A até B e a energia cinética do bloco ao atingir o ponto B.

O trabalho da força F é dado pela área do gráfico:

$$W_F = (12 \cdot 1{,}5) + \frac{12 \cdot 0{,}5}{2} \quad \rightarrow \quad \boxed{W_F = 21\,J}$$

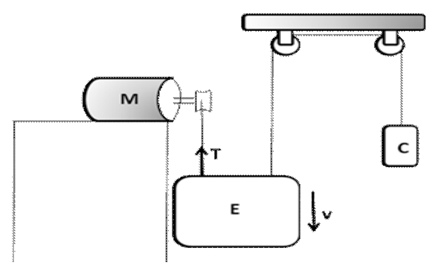
O teorema trabalho-energia cinética nos permite escrever:

$$W_F + W_g + W_N + W_{at} = \Delta K = K_f - K_i$$

A força Normal é sempre perpendicular ao deslocamento e o atrito é nulo pelo plano ser liso; portanto essas forças não realizam trabalho. O trabalho da força peso vale $-mgh = \ \ 20\,J$ (sinal negativo porque é subida), e $K_i - 0$, pois o bloco parte do repouso. Assim:

$$21 + (-20) + 0 + 0 = K_f - 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{K_f = 1{,}0\,J}$$

b) Um motor elétrico M é usado para descer, com velocidade constante, um elevador E de peso total 3000 N, com a ajuda de um contrapeso C, de peso 2000 N. Calcule o valor, em Newtons, da tração T no cabo. Calcule também a potência P_w, em Watts, desenvolvida pela força T, se o elevador é abaixado de 36 m em 1,0 min.



Como há equilíbrio de forças no elevador (ele desce com velocidade constante), e como a força de tração no cabo que liga o contrapeso ao elevador vale o próprio peso do contrapeso:

$$T + 2000 = 3000 \quad \rightarrow \quad \boxed{T = 1000\,N}$$

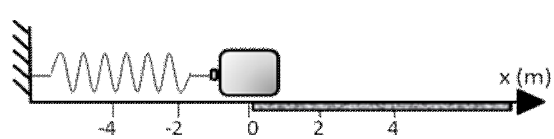
O cálculo da potência realizada pela força T é dado pelo produto escalar da força com a velocidade:

$$P = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{v}$$

Como a velocidade é constante de valor 36/60 = 0,6 m/s e sentido para baixo, e a força de tração tem valor 1000 N e tem sentido para cima, o produto escalar é negativo, e tem valor:

$$P = -1000 \cdot 0{,}6 \quad \rightarrow \quad \boxed{P = -600\,W}$$

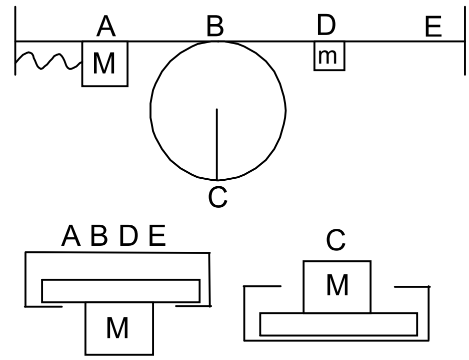
c) A figura mostra uma mola de constante elástica k = 10 N/m, presa a uma caixa de massa m = 2,0 kg, inicialmente localizada na abscissa x = 0, posição esta em que a mola se encontra relaxada. Em seguida, a caixa é levada até a abscissa x = -4,0 m, de onde é abandonada do repouso. Sabe-se que o solo horizontal é liso para x < 0, e possui coeficiente de atrito μ = 0,6 para x > 0. Para o deslocamento desde x_i = -4,0 m até x_f = + 2,0 m, calcule o trabalho realizado pela força elástica da mola e também o trabalho da força de atrito.



$$W_{el} = -\Delta U = \frac{kx_i^2}{2} - \frac{kx_f^2}{2} = \frac{10 \cdot (-4{,}0)^2}{2} - \frac{10 \cdot (+2{,}0)^2}{2} \quad \rightarrow \quad \boxed{W_{el} = 60\,J}$$

$$W_{at} = \mu(mg)d \cdot cos180° \quad \rightarrow \quad \boxed{W_{at} = -24\,J}$$

(2ª questão - 4,0 pontos) Inicialmente em repouso na figura, o bloco de massa M está comprimindo uma mola ideal de constante elástica k_1 de uma distância x_1. Este bloco pode deslizar por baixo de um trilho horizontal que vai do ponto A até o ponto B, onde inicia a passagem por dentro de um anel (com ponto mais baixo C) de raio R, retorna ao ponto B e prossegue no sentido de B para D. Em D o bloco M colide com o bloco de massa m (M > m) inicialmente em repouso e prossegue na direção do ponto E. O perfil do bloco M e do trilho nas respectivas posições estão na figura menor. A aceleração da gravidade é g. Faça o que for pedido a partir de leis físicas sobre trabalho, energia, atrito e colisões.



a) Supondo não haver atrito entre o bloco M e o trilho entre os pontos AB, BC, CB e BD, encontre uma expressão literal para o valor da velocidade do bloco V_C e da força normal sobre ele N_C no ponto C, em função dos dados fornecidos.

$E_{MA} = E_{MC}$ → $K_A + U_{TA} = K_C + U_{TC}$ → Adoto $U_{gC} = 0$ (nível zero da energia potencial gravitacional). A mola não existe em C, então $U_{mC} = 0$, portanto $U_{TC} = 0$. Como o bloco M está em repouso inicial em A, $K_A = 0$. Com isso temos $U_{TA} = K_C$ →

$kx_1^2/2 + mg(2R) = mv_C^2/2$ → $v_C = [kx_1^2/m + 4gR]^{1/2}$.

O módulo da força resultante centrípeta no ponto C é: $F_{RC} = N - P$ → $N = P + F_{RC}$ →

$N = m(g + v^2/R)$ → $N = 5mg + kx_1^2/R$.

b) Considerando elástica a colisão entre os blocos M e m, calcule o valor da velocidade dos dois blocos, imediatamente após a colisão, em função dos dados fornecidos: M = 2,0 kg, m =1,0 kg, k_1 = 72 N/m, x_1 = 0,10 m e g = 10 m/s^2.

$E_{MA} = E_{MD}$ → $K_A + U_{TA} = K_D + U_{TD}$ → Adoto $U_{gA} = 0 = U_{gD}$ (nível zero da energia potencial gravitacional). A mola não existe em D, então $U_{mD} = 0$, portanto $U_{TD} = 0$. Como o bloco M está em repouso inicial em A, $K_A = 0$. Com isso temos $U_{TA} = K_D$ →

$kx_1^2/2 = Mv_D^2/2$ → $v_D^2 = kx_1^2/M$ → $v_D^2 = 72(0,1)^2/2 = 0,36$ → $v_D = 0,6$ m/s $= v_{1i}$.

$v_{1f} = (M - m)v_{1i}/(M + m) = (2 - 1)0,6/(2 + 1)$ → $v_{1f} = 0,2$ m/s.

$v_{2f} = 2Mv_{1i}/(M + m) = 2x2x0,6/(2 + 1)$ → $v_{2f} = 0,8$ m/s.

c) Admita haver atritos distintos entre os blocos e o trilho no trecho DE, cujo comprimento é 1,0 m (o coeficiente de atrito cinético entre o bloco M e o trilho vale $\mu_{C1} = 0,05$ e entre o bloco m e o trilho vale $\mu_{C2} =0,9$). A partir dos resultados do item (b) acima, verifique se os blocos colidem novamente antes de chegarem ao ponto E. (Sugestão: calcule as distâncias que seriam percorridas por cada bloco até parar logo depois da colisão como se o outro bloco não existisse e tire sua conclusão dos resultados)

Se o bloco M percorrer uma distância maior do que a distância do bloco m então eles colidirão antes de terminarem esses percursos. Teorema $W_R = K_f - K_i$ para uma massa b, temos $W_{at} + W_P + W_N = b(v_f)^2/2 - b(v_i)^2/2$. Os trabalhos do Peso e da Normal são nulos, pois essas forças são perpendiculares ao deslocamento dos blocos. Peso e Normal se compensam: N = mg. Portanto $W_{at} = - f_{at}d = - \mu_C.b.g.d$.

Colocando esse resultado na expressão anterior do trabalho resultante, vem:

$- \mu_C.b.g.d = - b(v_i)^2/2$ → $d = (v_i)^2/2\mu_C.g$. Note que v_i é o valor da velocidade do bloco ao iniciar o deslizamento ou seja, é a mesma imediatamente após a colisão.

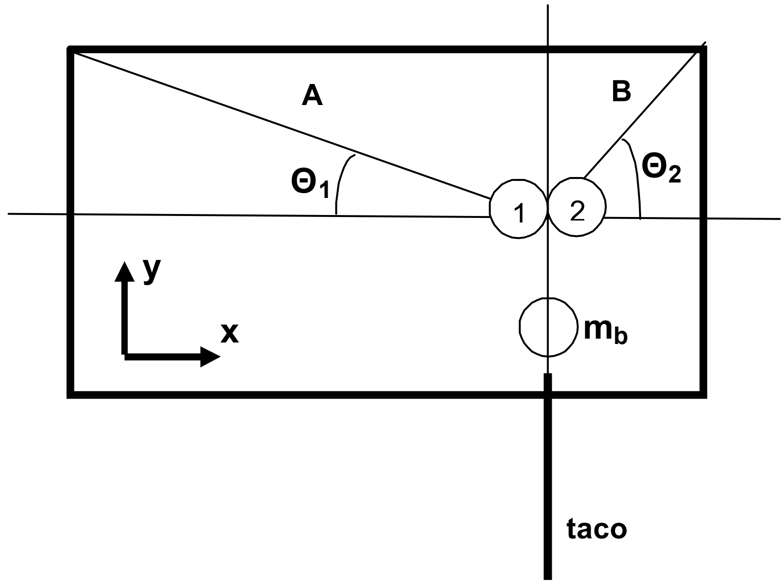
Cálculo das velocidades dos blocos após a colisão. Empregando essa fórmula para o bloco M com os dados fornecidos, temos:

$d_M = (v_{1f})^2/2\mu_{C1}.g = (0,2)^2/2x0,05x10$ → $d_M = 4$ cm.

$d_m = (v_{2f})^2/2\mu_{C2}.g = (0,8)^2/2x0,9x10$ → $d_M = 3,6$ cm.

Conclusão: Como $d_M > d_m$ os blocos irão colidir novamente.

(3ª questão - 3,0 pontos) Observe a dinâmica de uma brilhante jogada de sinuca. A proposta do jogador é golpear a bola branca com o taco em direção aonde repousam as bolas 1 e 2 que após a colisão (elástica) vão seguir respectivamente as trajetórias A e B até alcançarem as caçapas na diagonal da mesa enquanto a bola branca se coloca imediatamente em repouso na posição e no instante da colisão. Considere as massas das bolas iguais a 165 g.



a) Sabendo que o taco fica em contato com a bola branca por $\Delta t = 2{,}0$ ms e que logo após o contato com o taco o vetor velocidade da bola branca é **V** = 1,0 m/s **j**, determine o vetor força média empregada pelo jogador ao iniciar a jogada.

$\mathbf{F} = \Delta \mathbf{p} / \Delta t = (\mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i)/0{,}002 = (m\,v - 0)\,(\mathbf{j}) / 0{,}002 = (0{,}165)(1)\,(\mathbf{y}) / 0{,}002 = 82{,}5\ \mathrm{N}\ (\mathbf{j})$

b) Escreva sucintamente as equações para as conservações de momento e energia para a colisão das bolas <u>eliminando os termos nulos e fazendo todas as simplificações possíveis</u>. O módulo das variáveis envolvidas DEVEM ser denominadas m_b, m_1, m_2, v_{bi}, v_{bf}, v_{1i}, v_{1f}, v_{2i}, v_{2f}, Θ_1, Θ_2. [b = bola branca, 1 = bola 1, 2 = bola 2, i = inicial (antes da colisão), f = final (depois da colisão)]. Escreva uma única equação (use o verso da folha para cálculos se necessário) e por favor não rasure o campo de respostas.

MOMENTO eixo **x** :	$0 = v_{2f} \cos \Theta_2 - v_{1f} \cos \Theta_1$
eixo **y** :	$v_{bi} = v_{2f} \operatorname{sen} \Theta_2 + v_{1f} \operatorname{sen} \Theta_1$
ENERGIA	$(v_{2f})^2 + (v_{1f})^2 = (v_{bi})^2$

c) Sabendo que $V_{1f} = 0{,}7071$ m/s e que $\Theta_2 = 45^0$ determine V_{2f} e Θ_1 .(Faça as contas no verso da página se necessário mas coloque os valores no campo de respostas).

$V_{2f} = 0{,}5^{1/2}$ m/s

$\Theta_1 = 45^0$