PROVA G4 FIS 1026 – 09/12/2010

MECÂNICA NEWTONIANA B

NOME: Gabarito ______________________________ Nº:__________

TURMA:________

QUESTÃO	VALOR	GRAU	REVISÃO
1	3,0		
2	4,0		
3	3,0		
TOTAL	10,0		

Dados:

$K = \frac{1}{2} m v^2$; $W = \mathbf{F} \cdot \Delta\mathbf{s}$; $W_{cons} = -\Delta U$; $W_{mola} = \frac{1}{2} k x_i^2 - \frac{1}{2} k x_f^2$; $P = W / \Delta t$

$W_{total} = \Delta K$; $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$; $\mathbf{F}_{med} = \Delta\mathbf{p} / \Delta t$; $\sum \mathbf{F}_{ext} = M\mathbf{a}_{cm}$; $M\mathbf{v}_{cm} = \sum \mathbf{p}_i$;

$K_{rot} = \frac{1}{2} I \omega^2$; $\mathbf{R}_{cm} = \Sigma m_i \mathbf{r}_i / \Sigma m_i$ $\boldsymbol{\tau}_{med} = \Delta\mathbf{L} / \Delta t$

$\mathbf{p} = m\,\mathbf{v}$, $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$, $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} = m\,\mathbf{r} \times \mathbf{v}$, $\mathbf{L}_{corpo\ rigido} = I\boldsymbol{\omega}$, $W_{total} = \tau \cdot \Delta\theta$, $\sum \tau_{ext} = I\boldsymbol{\alpha}$

Massa pontual: $I = mr^2$; Teorema dos eixos paralelos: $I_d = I_{CM} + M d^2$

Aro de massa M e raio R: $I_{CM} = MR^2$ Disco/Cilindro de massa M e raio R: $I_{CM} = MR^2/2$

Esfera de massa M e raio R: $I_{CM} = 2MR^2/5$

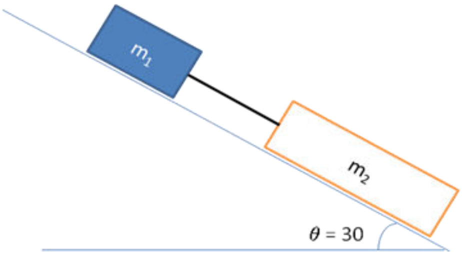
Haste de massa M e comprimento ℓ : $I_{CM} = M\ell^2/12$

A duração da prova é de 1 hora e 50 minutos.

As respostas sem justificativas não serão computadas.

Esta prova tem 4 folhas, contando com a capa. Confira.

(1ª questão: 3,0 pontos) i) Dois blocos de materiais diferentes têm massas $m_1 = 2{,}0$ kg e $m_2 = 1{,}0$ kg. Eles estão apoiados sobre um plano inclinado que forma o ângulo θ = 30º com o solo horizontal e são ligados por um fio ideal inicialmente esticado conforme o desenho abaixo. Os coeficientes de atrito estático e cinético entre eles e o piso valem respectivamente, corpo 1: $\mu_{1E} = 0{,}30$; $\mu_{1C} = 0{,}15$; corpo 2: $\mu_{2E} = 0{,}60$; $\mu_{2C} = 0{,}30$. Largam-se os dois blocos simultaneamente a partir do repouso. ($g = 10$ m/s^2; sen30º = 0,50; cos 30º = 0,866).



a) Determine os valores máximos das forças de atrito estático que agem sobre os blocos e calcule as projeções paralelas ao plano inclinado dos respectivos pesos.

Corpo1:

$P_{1x} = m_1 g.sen\theta = 2x10x0{,}5 = 10\,N$; $P_{1y} = m_1 g.cos\theta = 2x10x0{,}866 = 17{,}32\,N$

$f_{1Emáx} = \mu_{1E} N_1 = \mu_{1E} P_1.cos\theta = 0{,}3x17{,}32 = 5{,}196\,N$

Corpo 2:

$P_{2x} = P_2.sen\theta = 1x10x0{,}5 = 5{,}0\,N$; $f_{2Emáx} = \mu_{2E} N_2 = \mu_{2E} P_2.cos\theta = 0{,}6x1x10x0{,}866 = 5{,}196\,N$

b) Encontre os valores das acelerações dos blocos 1 e 2 e o módulo da tensão (T) entre os blocos imediatamente após a largada. (dica: fios puxam, mas não empurram).

Como $P_{1x} > f_{1Emáx}$ ($10\,N > 5{,}196\,N$), o corpo 1 desliza para baixo.

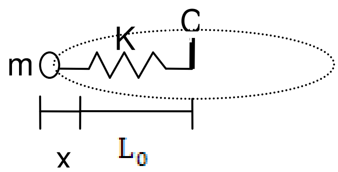
$\overrightarrow{F_{R1x}} = m_1 \vec{a}_{1x}$ → $P_{1x} - f_{1C} = m_1 a_{1x}$ →

Mas $f_{1C} = \mu_{1C} N_1 = \mu_{1C} P_1.cos\theta = 0{,}15x17{,}3 \cong 2{,}6\,N$ → $10 - 2{,}6 = 2a_{1x}$ → $\boldsymbol{a_{1x} = 3{,}7\,m/s^2}$.

Temos $P_{2x} < f_{2Emáx}$ ou seja $5{,}0\,N < 5{,}196\,N$. O corpo 2 fica em repouso, pois a força de atrito estática equilibra essa projeção do peso (P_{2x}). Portanto: $\boldsymbol{a_2 = 0{,}0\,m/s^2}$.

O fio afrouxa, pois o corpo 1 inicia a descida e o fio não empurra o corpo 2. Portanto: **T = 0,0 N.**

ii) Uma mola de constante elástica k = 100 N/m e comprimento $L_0 = 10$ cm (relaxada) está sobre uma mesa horizontal sem atrito. Uma extremidade está presa a um pino vertical (C) na mesa, em torno do qual ela pode girar, deslizando. Na outra extremidade há um corpo de massa m = 200 g. Coloca-se o corpo para girar em trajetória circular horizontal com velocidade angular ω = 4π rad/s, mantendo a mola sem encurvamentos. Nesse movimento, ela permanece distendida de x, conforme mostra a figura. Partindo das leis da dinâmica, obtenha uma expressão literal para x em função dos dados fornecidos. Em seguida, calcule o valor de x.

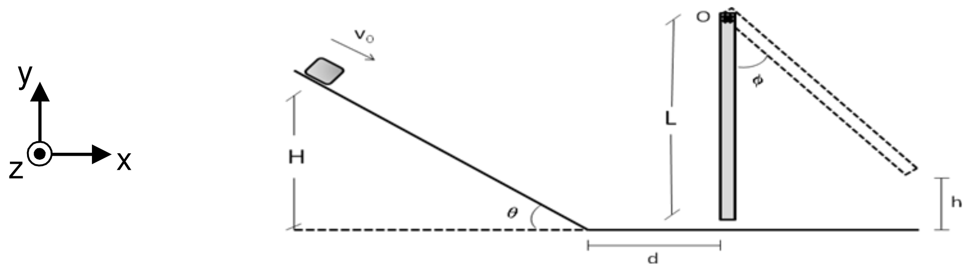


$\overrightarrow{F_R} = m\overrightarrow{a_{cp}}$ → $k.x = m\omega^2 r$, onde $r = L_0 + x$ →

$k.x = m\omega^2 (L_0 + x)$ → $x.(k - m\omega^2) = m\omega^2 L_0$ →

$x.\frac{(k - m\omega^2)}{m\omega^2} = L_0$ → $x.\left\{\frac{k}{m\omega^2} - 1\right\} = L_0$. $\boldsymbol{x = 0{,}046\,m = 4{,}6\,cm.}$

(2ª questão: 4,0 pontos) Um bloco de dimensões desprezíveis e massa m desliza sobre um plano de inclinação θ em relação à horizontal. A uma altura H da base do plano sua velocidade possui módulo v_0. A figura a seguir ilustra o sistema, que contém ainda uma barra rígida homogênea de massa M e comprimento L, fixada apenas na sua extremidade mais alta (ponto O), podendo girar livremente ao redor de O com atrito desprezível. A aceleração da gravidade tem módulo g.



a) Escreva o vetor $\vec{v_0}$ em termos dos vetores unitários $\vec{i}$ e $\vec{j}$ e do ângulo θ. Calcule ainda o módulo da velocidade v_1 adquirida pelo bloco na base do plano inclinado na ausência de atrito. Justifique cuidadosamente todos os passos.

$\vec{v_0} = v_0 \cdot cos\,\theta(\vec{i}) - v_0 \cdot sen\,\theta(\vec{j})$.

$\tau_{não\ conservativas} = \Delta E_{MEC}$. $\quad 0 = \frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} + 0 - mgH \quad \rightarrow \quad \boxed{v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2gH}}$

b) Considere agora uma nova situação em que o bloco parte do repouso (v_0=0) e existe atrito entre o bloco e os dois planos da figura (o inclinado e o horizontal de comprimento d) sempre com coeficiente cinético igual a μ. O atrito é insuficiente para manter o bloco em repouso na posição inicial. Calcule o módulo da velocidade v_2 com que o bloco atinge a extremidade inferior da barra. Justifique todos os seus passos.

$\tau_{não\ conservativas} = \Delta E_{MEC}$.

$$\mu(mgcos\,\theta)\left(\frac{H}{sen\,\theta}\right)(-1) + \mu(mg)(d)(-1) = \left(\frac{mv_2^2}{2} - 0\right) + (0 - mgH).$$

Resolvendo para v_2, ficamos finalmente com:

$v_2 = [2g(H(1 - \mu cotg\,\theta) - \mu d)]^{1/2}$.

c) Considere que o bloco possui velocidade de 6 m/s imediatamente antes de atingir a barra, e metade deste valor, mas de sentido oposto, após colidir com ela. Calcule o módulo v da velocidade linear da extremidade inferior da barra imediatamente após sofrer a colisão. Antes sublinhe qual(quais) a(s) grandeza(s) conservada(s) na colisão: ENERGIA MECÂNICA, ENERGIA CINÉTICA, MOMENTO LINEAR, MOMENTO ANGULAR.

Dados numéricos: massa do bloco: m = 1,0 kg; massa da barra: M = 27 kg; comprimento da barra: L = 1,0 m; aceleração da gravidade: g = 10 m/s^2.

A única grandeza conservada das listadas no enunciado é o MOMENTO ANGULAR

Imediatamente antes da colisão o momento angular é devido apenas ao movimento do bloco; imediatamente depois, o bloco retorna (invertendo o sinal de seu momento angular), além de termos também a rotação da barra. Assim:

$$mLv_2 = -mL\left(\frac{v_2}{2}\right) + I\omega.$$

O momento de inércia da barra vale $I = ML^2/3$, pelo teorema dos eixos paralelos ($I = I_{CM} + M(\frac{L}{2})^2 = \frac{ML^2}{12} + \frac{ML^2}{4} = \frac{ML^2}{3}$). A substituição dos valores na equação acima fornece:

$$1 \cdot 1 \cdot 6 = -1 \cdot 1 \cdot 3 + \frac{27 \cdot 1^2}{3}\omega \quad \rightarrow \quad \omega = 1\frac{rad}{s} \quad \rightarrow \quad v = \omega L = 1 \cdot 1 \quad \rightarrow$$

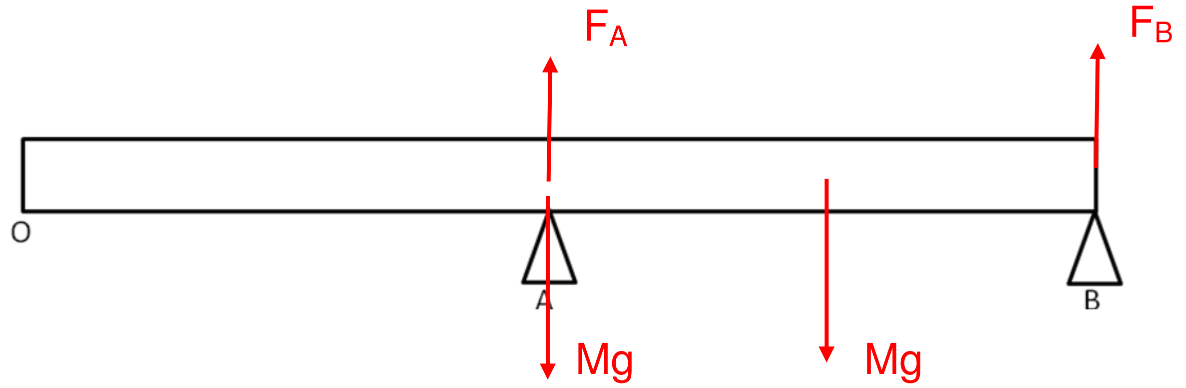
$\boxed{v = 1\,m/s}$

d) Supondo agora que, imediatamente após a colisão, a velocidade da extremidade inferior da barra tenha o valor de 1,0 m/s, e usando os mesmos dados numéricos fornecidos no item (c), calcule a variação da energia potencial da barra quando sua extremidade inferior atingir a altura máxima h. Antes sublinhe qual (quais) a(s) grandeza(s) conservada(s) no movimento de subida da barra: ENERGIA MECÂNICA, ENERGIA CINÉTICA, MOMENTO LINEAR, MOMENTO ANGULAR.

A única grandeza conservada das listadas no enunciado é a ENERGIA MECÂNICA. A energia cinética de rotação no início do movimento de subida transforma-se em energia potencial gravitacional do centro de massa da barra.

$\Delta U + \Delta K = 0 \rightarrow \Delta U = -\Delta K = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} I (v/L)^2 = \frac{1}{2} \ (27\ 1^2 / 3)\ (1/1)^2 = 4{,}5$ J.

(3ª questão: 3,0 pontos) Considere o sistema formado por uma barra perfeitamente homogênea de comprimento L e massa M. Ela está na horizontal, apoiada no suporte B e livre na extremidade O, sendo sustentada por uma balança colocada no ponto A exatamente sob seu centro de massa (veja a figura). A barra se encontra em equilíbrio estático em todas as fases do problema. Todas as grandezas se encontram no SI.



a) Determine em função dos dados do problema, a força que o suporte B exerce sobre a barra. Justifique.

$\sum F = 0 \quad : \qquad F_A + F_B - Mg = 0$

$\sum \tau = 0 \quad : \qquad F_A\ (L/2) + F_B\ L - Mg\ (L/2) = 0 \ \Rightarrow\ F_A = Mg - 2\ F_B$

Então : $Mg - 2\ F_B + F_B\ - Mg = 0 \ \Rightarrow\ F_B = 0$

(ou alternativamente : O torque em relação ao ponto A é ZERO, portanto $F_B = 0$)

b) Coloca-se agora um bloco de massa M (a mesma da barra!) à distância 3L/4 do ponto O (não fixo, é só uma referência!). Anote na figura TODAS as forças que agem sobre a barra.

c) Para a situação do item anterior, qual é a leitura da balança no ponto A?

$\sum F = 0 \quad : \qquad F_A + F_B - Mg - Mg = 0 \qquad (1)$

$\sum \tau = 0 \quad : \qquad F_A\ (L/2) + F_B\ L - Mg\ (L/2)\ - Mg\ (3L/4) = 0 \qquad (2)$

De (2) : $F_B = 1/L\ \{\ Mg\ (L/2)\ + Mg\ (3L/4) - F_A\ (L/2)\ = 0$

$F_B = 5/4\ Mg - F_A/2$

Substituindo em (1) : $F_A + 5/4\ Mg - F_A/2 - 2Mg = 0$

$F_A/2 = 8/4\ Mg - 5/4\ Mg \ \Rightarrow\ F_A = 2\ (3/4)\ Mg = (3/2)\ Mg$