PROVA G3 FIS 1026 – 01/12/2009

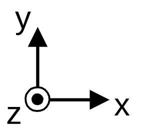
MECÂNICA NEWTONIANA B

NOME:____Nº:_________

TURMA:_______

QUESTÃO	VALOR	GRAU	REVISÃO
1+2+3	4,0		
4	3,5		
5	2,5		
TOTAL	10,0		

Sistema de coordenadas



Dados:

g = 10,0 m/s^2 = 1000 cm/s^2

$\vec{F} = m\vec{a}$

L=I**ω** = **rxp**

Στ=I**α**

τ=d**L**/dt = **rxF**

Teorema dos eixos paralelos $I=I_{CM}+Mh^2$

$K=mV^2/2$ $\quad\quad$ $K_{rot}= I\omega^2/2$

a=d**V**/dt , **a**=d^2**r**/dt^2

Fat=μN

sen 60^o= cos 30º = 0,866

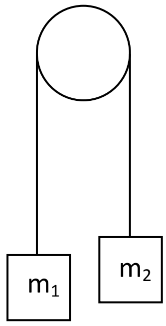
cos 60^o= sen 30º =0,5

A duração da prova é de 1 hora e 50 minutos.

As respostas sem justificativas não serão computadas.

Esta prova tem 4 folhas, contando com a capa. Confira.

Questão 1: (2,0 pontos) A figura abaixo mostra uma máquina de Atwood, constituída de uma polia de momento de Inércia $MR^2/2$ e raio R, livre para girar em torno de seu centro de massa, e duas massas m_1 e m_2. O fio que une as massas é ideal e não desliza sobre a polia e $m_1 < m_2$. (Considere a polia sem atrito). Os corpos inicialmente estão em repouso



(a) Determine a aceleração das massas e as trações no fio. (1,0)

$T_1-m_1g=m_1a$ $\qquad$ $(T_2-T_1)R=Ia/R \rightarrow T_2-T_1=Ia/R^2$

$M_2g-T_2=m_2a$

$\underline{T_2-T_1=Ia/R^2}$

$(m_2-m_1)g=(m_1+m_2+M/2)a$

$a=(m_2-m_1)g/(m_1+m_2+M/2)$ $\rightarrow$ $T_1=m_1g\{ (m_2-m_1)/(m_1++m_2+M/2) – 1 \}$

$T_2=m_2g\{ (m_2-m_1)/(m_1++m_2+M/2) + 1 \}$

(b) Determine a velocidade do bloco m_1 após subir de uma altura h. (1,0)

$V^2=V_0^2+2a\Delta s$
$V=\sqrt{\{2h(m_2-m_1)g/(m_1+m_2+M/2)\}}$

Questão 2: (1,0 ponto) Determine, usando o princípio da conservação da energia mecânica, a velocidade de uma esfera maciça no final de um plano inclinado de 4 m de comprimento que faz um ângulo de 30º com a horizontal (I_{esf} = $2MR^2/5$). A esfera rola sem deslizar sobre o plano e parte do repouso do topo do plano.

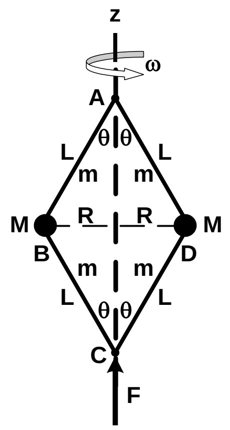
$mgh=mv^2/2+I\omega^2/2$
$mgh=mv^2/2+2MR^2\omega^2/(2*5)$
$glsen\theta=v^2+v^2/510glsen\theta=7v^2$
$V^2=10*10*4/(7*2)$
$V=5,35$ m/s

Questão 3: (1,0 ponto) Calcule, em relação à origem, o vetor torque e o vetor momento angular da partícula de massa m = 8 kg que se desloca com velocidade $\mathbf{v} = (3\hat{\mathbf{i}}+2\mathbf{j})$ m/s na posição $\mathbf{r} = 5\hat{\mathbf{i}}$ m, sob ação de uma força $\mathbf{F} = (2\hat{\mathbf{i}}+6\mathbf{j}+\mathbf{k})$ N.

τ=rxF = 30**k**-5**j** N.m

L=**r**x(m**v**) = 80 **k** kg.m²/s

Questão 4: (3,5 pontos) O sistema mostrado na Figura é formado por quatro barras iguais de massa m = 100 g e comprimento L = 30,00 cm e por duas massas pontuais iguais de massa M = 400 g presas às barras nos pontos B e D. As barras são unidas nas suas extremidades por articulações que permitem variar o raio R. Sabe-se que o momento de inércia de uma barra que forma o ângulo θ com eixo de rotação que passa pelo seu centro de massa é I_{CM} = m (L sen θ)^2/12. Inicialmente, uma força F desconhecida é aplicada verticalmente à articulação C e, simultaneamente, o sistema é colocado para girar sem atrito em torno do eixo vertical fixo que passa pelas articulações A (cuja altura é fixa) e C (cuja altura pode variar) com velocidade angular constante ω = 6 rad/s, de modo a manter R = 15,00 cm. Observe que R = L sen θ.



(a) Determine uma expressão literal para o momento de inércia do sistema em função das massas m e M, assim como do raio R e do comprimento L. (1,0)

O momento de inércia I_1 de uma das barras em relação ao eixo vertical z mostrado na Figura pode ser determinado a partir do teorema dos eixos paralelos:

$$I_1 = I_{CM} + m\left(\frac{L}{2}sen\theta\right)^2 = \frac{1}{12}m(Lsen\theta)^2 + \frac{1}{4}m(Lsen\theta)^2 = \frac{1}{3}m(Lsen\theta)^2 = \frac{1}{3}mR^2$$

Logo, o momento de inércia $I_{sis,i}$ do sistema em relação ao mesmo eixo vertical é:

$$I_{sis,i} = 4 \times I_1 + 2 \times MR^2 = \frac{4}{3}mR^2 + 2 \times MR^2 = \left(2M + \frac{4}{3}m\right)R^2$$

Nos demais itens da questão, suponha que o momento de inércia do sistema em relação ao eixo de rotação da Figura é I_{sis} = 14 R^2/15, utilizando unidades do Sistema Internacional para as grandezas envolvidas na expressão.

(b) Determine a componente vertical do momento angular do sistema. (1,0)

$$L_{zi} = I_{sis,i}\omega_i = \left(2 \times 0{,}4 + \frac{4}{3}0{,}1\right) \times 0{,}15^2 \times 6 = 0{,}021 \times 6 = 0{,}126\ kg \cdot m^2/s$$

(c) O valor da força vertical F é alterado, tornando o raio R = 21,21 cm. Determine os valores da velocidade angular e da componente vertical do momento angular do sistema na nova configuração. (1,0)

Não há torque externo aplicado ao sistema. Logo, o momento angular do sistema se conserva:

$L_{zf} = L_{zi} = 0{,}126\ kg \cdot m^2/s$. Portanto:

$$L_{zf} = I_{sis,f}\omega_f = \left(2 \times 0{,}4 + \frac{4}{3}0{,}1\right) \times 0{,}2121^2 \times \omega_f = 0{,}126 \rightarrow \ \omega_f = \frac{0{,}126}{0{,}042} = 3\ rad/s$$

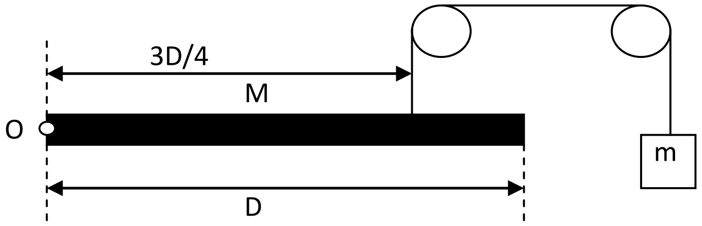
(d) Suponha que o sistema permaneça na configuração inicial (R =15,00 cm) enquanto uma força de módulo igual a 2 N é aplicada ao ponto B, permanecendo tangente à trajetória deste ponto e se opondo à rotação do sistema. Determine o tempo necessário para o sistema atingir o repouso. (0,5)

Sabe-se que:

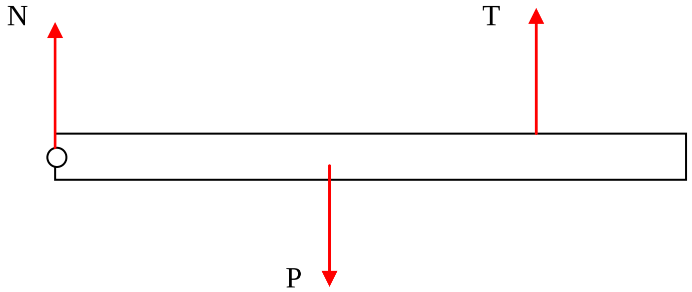
$$\tau_z = -RF = I_{sis,i}\alpha \rightarrow -0{,}15 \times 2 = 0{,}021\alpha \rightarrow \alpha = -\frac{0{,}30}{0{,}021} = -14{,}286\ rad/s^2$$

$$\omega = \omega_i + \alpha t \rightarrow 0 = 6 - 14{,}286t \rightarrow t = \frac{6}{14{,}286} = 0{,}42s$$

Questão 5 (2,5 pontos): Considere o sistema da figura abaixo: uma barra homogênea horizontal de massa M = 1,5 kg e de comprimento D = 4 m está presa a um fio ideal em um ponto distante de 3D/4 do eixo de rotação livre de atrito indicado pelo ponto O na figura. O fio que suspende a barra passa por duas polias fixas e em sua outra extremidade está suspenso um corpo de massa m. A seção do fio situada entre a barra e a polia é vertical.



a) Identifique na figura abaixo todas as forças que atuam na barra. (0,5)



b) Calcule o torque resultante, em relação ao ponto fixo O (origem do sistema), de todas as forças que agem sobre a barra. Qual o valor da massa m que mantém a barra em equilíbrio na posição horizontal? (1,0)

$\Sigma\tau$=-Mg(D/2)+T(3D/4) = 0

Fio Inextensível; T=mg

Logo: MgD/2=mg3D/4 → 4M/2*3=m → m=2M/3 = 2*1,5/3

M=1,0 kg

c) Se m = 2,0 kg determine em que posição, a partir do ponto O, um corpo de 3,0 kg deve ser colocado sobre a barra de modo a restabelecer o equilíbrio, mantendo a barra na posição horizontal e seção do fio situada entre a barra e a polia na vertical. (1,0)

$\Sigma\tau$=0

-MgD/2-M'gd+mg(3D/4)=0

M'gd=mg(3D/4)-Mg(D/2)

d=(m/M')*(3D/4)-MD/(2M')

d=1,0m