PROVA G4 FIS 1026 – 14/12/2009

MECÂNICA NEWTONIANA B

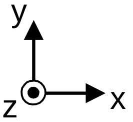
NOME:____Nº:_________

TURMA:_______

QUESTÃO	VALOR	GRAU	REVISÃO
1+2	4,0		
3+4	3,0		
5	3,0		
TOTAL	10,0		

Dados:

Sistema de coordenadas



$g = 10{,}0\ m/s^2 = 1000\ cm/s^2$

$\vec{F} = m\vec{a}$ $a_{cent} = v^2/R = \boldsymbol{\omega}^2 R$

$\mathbf{L} = I\boldsymbol{\omega} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$

$\Sigma\boldsymbol{\tau} = I\boldsymbol{\alpha}$

$\boldsymbol{\tau} = d\mathbf{L}/dt = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$ $I_{aro} = MR^2$

Teorema dos eixos paralelos $I = I_{CM} + Mh^2$

$K = mV^2/2$ $K_{rot} = I\omega^2/2$ $U_{elast} = kx^2/2$ $U_{grav} = mgh$

$\mathbf{a} = d\mathbf{V}/dt$, $\mathbf{a} = d^2\mathbf{r}/dt^2$

$Fat = \mu N$

sen 60^o = cos 30^o = 0,866

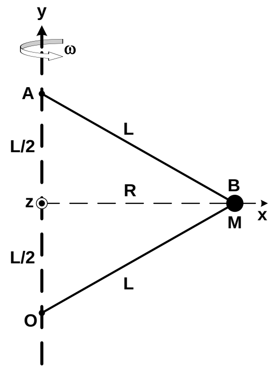
cos 60^o = sen 30^o = 0,5

A duração da prova é de 1 hora e 50 minutos.

As respostas sem justificativas não serão computadas.

Esta prova tem 4 folhas, contando com a capa. Confira.

1ª Questão (3,0): Uma bola de raio desprezível e massa M = 0,2 kg é conectada por meio de dois fios inextensíveis iguais de massas também desprezíveis a um eixo de rotação vertical OA, conforme mostra a Figura ao lado. Durante todos os casos de rotação analisados nesta questão, os fios permanecem esticados, de tal forma que OA = AB = BO = 0,5 m. (Adote o sistema de coordenadas da capa da prova)



(a) Para uma determinada velocidade angular ω, o módulo da força T_{BA} exercida pelo fio superior sobre a bola é igual a 6 N. Determine o vetor posição da bola a partir do ponto o e o vetor T_{BA} quando a bola se encontrar na posição mostrada na Figura. Determine também o vetor torque desta força em relação à origem O na mesma posição. (1,5)

(b) O vetor força $\vec{T}_{BA}$exercida pelo fio superior sobre a bola e o vetor posição $\vec{r}_{OB}$ são:

(c) $\vec{T}_{BA} = 6(-cos30^o\hat{\imath} + sen30^o\hat{\jmath}) = 6\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{\imath} + \frac{1}{2}\hat{\jmath}\right) = 3(-\sqrt{3}\hat{\imath} + 1\hat{\jmath})$

(d) $\vec{r}_{OB} = 0{,}5(cos30^o\hat{\imath} + sen30^o\hat{\jmath}) = \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{\imath} + \frac{1}{2}\hat{\jmath}\right) = \frac{1}{4}(\sqrt{3}\hat{\imath} + 1\hat{\jmath})$

(e) Logo $\vec{\tau} = \vec{r}_{OB} \times \vec{T}_{BA} = \frac{3}{4}(\sqrt{3}\hat{\imath} + 1\hat{\jmath}) \times (-\sqrt{3}\hat{\imath} + 1\hat{\jmath}) = \frac{3}{4}2\sqrt{3}\,\hat{k} = \frac{3\sqrt{3}}{2}\,\hat{k} = 2{,}598\,\hat{k}\,N.m$

(b) Determine a velocidade angular ω e o vetor força $\vec{T}_{BO}$ exercida pelo fio inferior sobre a bola para a situação descrita no item (a). (1,5)

De acordo com a Figura, tem-se *R* = *L cos* 30°, de modo que:

$$\Sigma F_x = Ma_c \therefore T_{BA}cos30^o + T_{BO}cos30^o = MR\omega^2 = MLcos30^o\omega^2 \therefore T_{BA} + T_{BO} = 0{,}1\omega^2 \ (1)$$

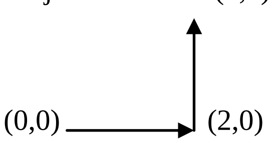
$\Sigma F_y = 0 \therefore T_{BA}sen30^o = T_{BO}sen30^o + Mg \therefore T_{BA} = T_{BO} + 2Mg \therefore T_{BA} = T_{BO} + 4$ (2)

A equação (2) mostra que: $T_{BO} = T_{BA} - 4 = 6 - 4 = 2\,N$

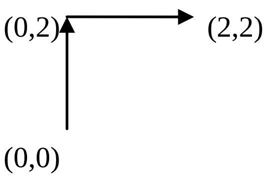
A equação (1) fornece: $\omega^2 = 10 \times 8 = 80 \ \rightarrow \ \omega = 8{,}94\,rad/s$

2ª Questão (1,0): Uma partícula sofre a ação de uma força **F** = 4y**i**+5**j**, onde **F** está em Newtons e y em metros. Calcule o trabalho realizado pela força **F** para deslocar o corpo desde a origem até o ponto (x = 2 m, y = 2 m) ao longo das trajetórias A e B indicadas na figura, supondo o sistema de coordenadas definido.

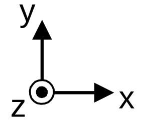
Trajetória A



Trajetória B



Sistema de coordenadas



$W = \int \vec{F}.d\vec{S} = \int F_x dx + \int F_y dy$

Trecho $(0,0) \rightarrow (2,0) \longrightarrow \int_0^2 \underset{\uparrow\, y=0}{4y}\,dx + \cancelto{0}{\int_0^0 5dy} = 0$

Trecho $(2,0) \longrightarrow (2,2) \rightarrow \cancelto{0}{\int_2^2 4y\,dx} + \int_0^2 5dy = 5y\Big|_0^2 = 10\,J$

$\boxed{W = 10\,J}$

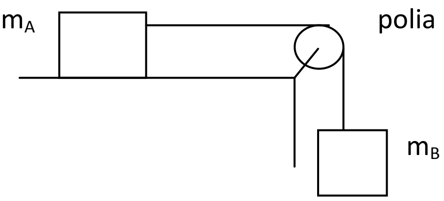
//

Trajetoria B

Trecho $(0,0) \longrightarrow (0,2) \longrightarrow \cancelto{0}{\int_0^0 4y\,dx} + \int_0^2 5dy = 5y\Big|_0^2 = 10J$

Trecho $(0,2) \longrightarrow (2,2) \longrightarrow \int_0^2 \underset{\uparrow\, y=2}{4y}\,dx + \cancelto{0}{\int_2^2 5dy} = \int_0^2 8dx = \Big[8x\Big]_0^2 = 16J$

$\boxed{W = 16 + 10 = 26J}$



3ª Questão (1,5): A polia e o fio indicados na figura têm massas desprezíveis e giram livres de atrito. Dois blocos de massas m_A e m_B são postos nas extremidades do fio, iniciam seus movimentos a partir do repouso e não existe atrito entre o bloco A e o plano horizontal.

(a) (0,5) Determine a velocidade dos blocos após m_B descer 2,0 m, usando para os seus cálculos o princípio de conservação da energia mecânica em função dos dados do problema.

$E_{meci}=E_{mecf}$

$m_Bgh=(m_A+m_B)v^2/2$

$v=[4m_Bg/(m_A+m_B)]^{1/2}$

(b) (1,0) Suponha agora que a polia tenha massa M, raio R e que seu momento de inércia em torno do centro de massa seja I. Determine, novamente usando o principio de conservação da energia mecânica, a velocidade dos blocos após m_B descer 2,0 m em função dos dados do problema.

(c) $E_{meci}=E_{mecf}$

(d) $m_Bgh=(m_A+m_B)v^2/2+I\,\omega^2/2$ → $\omega=v/R$ → $m_Bgh=(m_A+m_B)v^2/2+I\,v^2/2R$

(e) $v=[4m_Bg/(m_A+m_B+I/R^2)]^{1/2}$

4ª Questão (1,5): Um bloco de massa m = 0,5 kg foi colocado em um plano inclinado de altura 3,0 m e solto a partir do repouso, deslizando sem atrito. Ao atingir a base do plano inclinado, o bloco passou a deslizar por uma superfície plana horizontal onde um pequeno trecho desta superfície de 2,0 m era áspero, com coeficiente de atrito cinético igual a 0,2. Após atravessar esta superfície áspera, o bloco continua a se mover sobre uma superfície agora sem atrito e em um determinando instante, encontra uma mola de constante elástica k = 200 N/m até parar. Determine:

(a) (0,5) A velocidade do bloco no final do plano inclinado.

$mgh=mv^2/2$ → $v=(2gh)^{1/2}$ $v=7{,}75m/s$

(b) (0,5) A variação da energia cinética do bloco devido ao atrito.

$\Delta k=-fat.\Delta x = \mu mg\Delta x = -2J$

(c) (0,5) A compressão máxima da mola.

$k\Delta x^2/2 = mgh-\Delta k$ → $k\Delta x^2/2 =15-2$ → $100\Delta x^2 =13$ → $\Delta x = 0{,}36$ m

5ª Questão (3,0): Uma estação espacial em forma de anel possui um raio de 140 m e massa total igual a 2,50 x 10^6 kg. A estação gira em torno de eixo de rotação perpendicular ao plano do anel que passa pelo seu centro de massa, realizando uma volta a cada 100 segundos. . Para atracar suavemente nela, um foguete de massa 12,0 x 10^4 kg, que se desloca no plano do anel, se aproxima com velocidade de valor V_0, na direção tangente à borda da estação com sentido a favor da rotação. Após atracar, o foguete e a estação giram juntos em torno do mesmo eixo, realizando 1,20 voltas a cada 100 segundos. Ao resolver os itens, inicie seu desenvolvimento com as leis físicas e/ou definições adequadas.

(a) (1,2) Calcule o valor do momento angular da estação (L_E) em relação ao seu centro de massa, antes do foguete chegar. Obtenha uma expressão para o valor do momento angular do foguete (L_F) nesse instante, em relação ao mesmo ponto.

$L_E = I_E.\omega_E = 4,9.10^{10} \times 6,28.10^{-2} = 30,77.10^8$ kg.m²/s,

onde $\omega_E = 2\pi f = 6,28.1/100 = 6,28.10^{-2}$ rad/s.

$L_F = R.m_F.V_0$.

(b) (1,2) Determine o valor da velocidade do foguete V_0 antes da atracação. Explicite a lei física usada, justificando seu uso.

$(L_E + L_F)_{inicial} = (L_{E+F})_{final} \rightarrow L_E + R.m_F.V_0 = (I_{E+F})_{final}.\omega_{final} \rightarrow$

$V_0 = \{(I_{E+F})_{final}.\omega_{final} - L_E\}/R.m_F$.

onde

$(I_{E+F})_{final} = I_E + I_F = (4,90.10^{10} + 0,2352.10^{10}) = 5,1352.10^{10}$ kg.m²,

$\omega_{final} = 2\pi f_{Final} = 6,28x1,2x1/100 = 7,925.10^{-2}$ rad/s. e

$(I_{E+F})_{final}.\omega_{final} = 5,1352.10^{10} \times 7,925.10^{-2} = 40,695.10^{-8}$ kg.m²/s

Portanto $\rightarrow$

$V_0 = \{40,695.10^{-8} - 30,77.10^8\}/(1,4.10^2 \times 12.10^4) \rightarrow$

$V_0 = 59,1$ m/s.

(c) (0,6) Diga se a energia cinética do sistema foguete-estação se conserva durante o processo. Comente o que ocorre com o centro de massa do sistema no espaço. Justifique suas respostas.

A energia cinética do sistema foguete-estação NÃO se conserva durante o processo, pois é uma colisão inelástica.

O centro de massa do sistema no espaço permanece em movimento com velocidade constante, pois não atuam forças externas no sistema durante o processo.