

PROVA G2 FIS 1026 – 13/05/2009

MECÂNICA NEWTONIANA B

NOME: _____ Nº: _____

TURMA: _____

QUESTÃO	VALOR	GRAU	REVISÃO
1	3,0		
2	4,0		
3	3,0		
TOTAL	10,0		

Dados:

$$g = 10,0 \text{ m/s}^2 = 1000 \text{ cm/s}^2$$

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

$$a_{\text{centripeta}} = v^2/r$$

$$F_{\text{at}} = \mu N$$

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$$

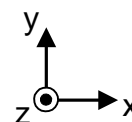
$$E_c = mv^2/2 \quad E_{p\text{grav}} = mgh \quad E_{p\text{elast(hooke)}} = k\Delta x^2/2 \quad W = \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

$$W = \Delta E_c = - \Delta E_p$$

Para mola que obedece a lei de Hooke

$$F_{\text{elas}} = -k\Delta x \quad E_{p\text{elas}} = k\Delta x^2/2$$

Sistema de coordenadas



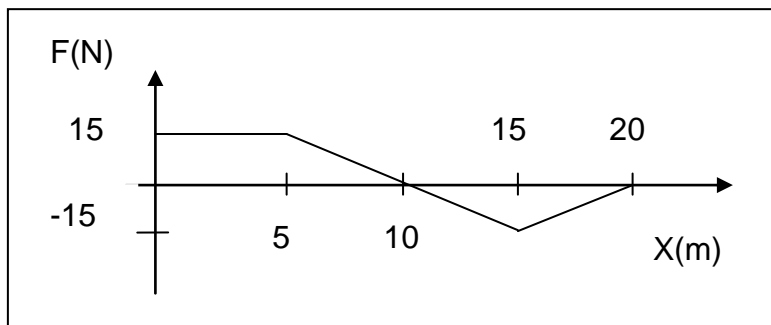
A duração da prova é de 1 hora e 50 minutos.

As respostas sem justificativas não serão computadas.

Esta prova tem 4 folhas, contando com a capa. Confira.

QUESTÃO 1 (3,0): Resolva usando leis físicas sobre trabalho e energia.

I - Considere a ação de uma força F cuja variação com a posição é dada pelo gráfico abaixo. Esta força F atua sobre um corpo de massa $m = 2,0$ kg. O corpo tem velocidade $4,0$ m/s na posição $x = 0,0$ m. Entre as posições $5,0$ m e 15 m atua também uma outra força constante de módulo $F_1 = 5,0$ N oposta ao movimento. Determine:



(a)(1,0) O trabalho realizado pela força F no trecho $0,0$ m a 20 m.

$$W_F = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = 15 \cdot 5 + 15 \cdot 5 / 2 - 15 \cdot 5 / 2 - 15 \cdot 5 / 2 = 37,5 \text{ J}$$

$W_{0,0 \rightarrow 20} =$

(b)(1,0) O trabalho realizado pela força F_1 no trecho entre $5,0$ m e 15 m.

$$W_{F_1} = -F_1 \cdot \Delta x = -5 \cdot (15 - 5) = -50 \text{ J.}$$

$W_{5,0 \rightarrow 15} =$

(c)(1,0) A velocidade do corpo na posição $x = 20$ m.

$$W_R = \Delta K \rightarrow W_F + W_{F_1} = m(v_f^2 - v_i^2)/2 \rightarrow 37,5 - 50 = 2(v_f^2 - 4^2)/2 \rightarrow -12,5 = v_f^2 - 16 \rightarrow$$

$$v_f^2 = 3,5 \rightarrow v_f = 1,87 \text{ m/s.}$$

$V(20\text{m}) =$

QUESTÃO 2 (3,0): Resolva usando as leis sobre momento linear e energia.

I - Dois corpos A e B colidem. Eles possuem massas m_A e m_B e velocidades antes da colisão dadas por $\mathbf{V}_A = V_0 \mathbf{i}$ e $\mathbf{V}_B = -V_0 \mathbf{i} + (V_0/2) \mathbf{j}$, respectivamente.

(a)(0,5) Para este item, considere que $m_B = 2m_A$. Determine o vetor velocidade do Centro de Massa (\mathbf{V}_{CM}) do sistema antes e após a colisão em função de V_0 .

$$P_{CMf} = P_{CMi} \rightarrow M \cdot \mathbf{V}_{CMf} = M \cdot \mathbf{V}_{CMi} \rightarrow \mathbf{V}_{CMf} = \mathbf{V}_{CMi} \rightarrow$$

$$\mathbf{V}_{CMf} = \mathbf{V}_{CMi} = (m_A \cdot \mathbf{V}_A + m_B \cdot \mathbf{V}_B) / (m_A + m_B) = (m_A \cdot V_0 \mathbf{i} + 2m_A \cdot [-V_0 \mathbf{i} + V_0 \mathbf{j} / 2]) / 3m_A \rightarrow$$

$$\mathbf{V}_{CMf} = (V_0 \mathbf{i} - 2V_0 \mathbf{i} + V_0 \mathbf{j}) / 3 = (-V_0 \mathbf{i} + V_0 \mathbf{j}) / 3.$$

$\text{Antes: } \mathbf{V}_{CM} =$

$\text{Depois: } \mathbf{V}_{CM} =$

(b)(1,5) Suponha para este item que a colisão entre as massas A e B seja elástica, $\sum \mathbf{F}_{\text{ext}} = \mathbf{0}$, $\mathbf{m}_A = \mathbf{m}_B$ e que \mathbf{V}_{Bf} tenha a direção x após a colisão. Encontre os vetores velocidades dos corpos A (\mathbf{V}_{Af}) e B (\mathbf{V}_{Bf}) imediatamente após a colisão em função de V_0 . (sugestão: considere $\mathbf{V}_{Af} = V_{Ax} \mathbf{i} + V_{Ay} \mathbf{j}$ e $\mathbf{V}_{Bf} = V_{Bx} \mathbf{i}$, e determine V_{Ax} , V_{Ay} e V_{Bx} em função de V_0).

$$\mathbf{P}_{CMi} = \mathbf{P}_{CMf} \rightarrow m_A \cdot \mathbf{V}_A + m_B \cdot \mathbf{V}_B = m_A \cdot \mathbf{V}_{Af} + m_B \cdot \mathbf{V}_{Bf} \rightarrow \mathbf{V}_A + \mathbf{V}_B = \mathbf{V}_{Af} + \mathbf{V}_{Bf} \rightarrow$$

$$(V_0 \mathbf{i} - V_0 \mathbf{j} + V_0 \mathbf{j} / 2 = V_{Ax} \mathbf{i} + V_{Ay} \mathbf{j} + V_{Bf} \mathbf{i} \rightarrow V_0 \mathbf{j} / 2 = (V_{Ax} + V_{Bf}) \mathbf{i} + V_{Ay} \mathbf{j} \rightarrow$$

$$V_{Ax} = -V_{Bf} ; V_0 / 2 = V_{Ay} \quad (1)$$

$$K_i = K_f \rightarrow m_A \cdot V_A^2 / 2 + m_B \cdot V_B^2 / 2 = m_A \cdot V_{Af}^2 / 2 + m_B \cdot V_{Bf}^2 / 2 \rightarrow V_A^2 + V_B^2 = V_{Af}^2 + V_{Bf}^2 \rightarrow$$

$$V_0^2 + V_0^2 + V_0^2 / 4 = V_{Ax}^2 + V_{Ay}^2 + V_{Bf}^2 \quad (2) \rightarrow \text{Usando (1) em (2) vem:}$$

$$9V_0^2 / 4 = V_{Ax}^2 + V_0^2 / 4 + V_{Bf}^2 \rightarrow 2V_0^2 = 2V_{Ax}^2 \rightarrow V_{Ax}^+ = +V_0 \text{ ou } V_{Ax}^- = -V_0.$$

Nesse caso temos: $V_{Bf}^+ = -V_0$ ou $V_{Bf}^- = +V_0$. Isto leva a duas soluções:

$$\mathbf{V}_{Af}^+ = V_0 \mathbf{i} + V_0 \mathbf{j} / 2 \text{ e } \mathbf{V}_{Bf}^+ = -V_0 \mathbf{i} \text{ ou}$$

$$\mathbf{V}_{Af}^- = -V_0 \mathbf{i} + V_0 \mathbf{j} / 2 \text{ e } \mathbf{V}_{Bf}^- = +V_0 \mathbf{i}.$$

$V_{Ax} =$

$V_{Ay} =$

$V_{Bx} =$

II - Um bloco de massa m_1 , inicialmente em repouso, desce uma calha curva de altura h e sem atrito. Na base da calha, ele se choca com outro bloco de massa $m_2 = 2m_1$ que se encontra em repouso, numa colisão perfeitamente inelástica ($\sum \mathbf{F}_{\text{ext}} = \mathbf{0}$). Em seguida, os dois blocos deslizam e sobem um plano inclinado, também sem atrito.

(a)(1,0) Encontre a altura H_f alcançada pelos dois blocos no plano inclinado após a colisão, em função de h .

Descida:

$$E_{Mi} = E_{Mf} \rightarrow m_1 g h = m_1 V_f^2 / 2 \rightarrow V_f^2 = 2gh. \rightarrow \text{Como } V_f \text{ é também a velocidade inicial da colisão: } V_{1i} = (2gh)^{1/2} \quad (1).$$

Colisão:

$$\mathbf{P}_{CMi} = \mathbf{P}_{CMf} \rightarrow m_1 V_{1i} + m_2 V_{2i} = (m_1 + m_2) V_f \rightarrow V_f = m_1 V_{1i} / (m_1 + 2m_1) = V_{1i} / 3.$$

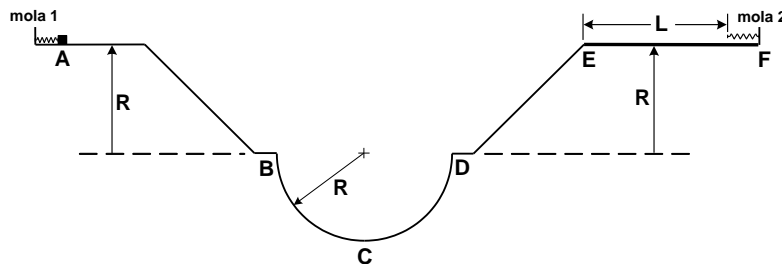
A velocidade inicial da subida será a velocidade final da colisão: $V_i = V_{f \text{ colisão}} = V_{1i} / 3 \quad (2).$

Subida:

$$E_{Mi} = E_{Mf} \rightarrow (m_1 + m_2) V_i^2 / 2 = (m_1 + m_2) g H_f \rightarrow H_f = V_i^2 / 2g \quad (3).$$

$$\text{Substituindo (2) em (3): } H_f = V_{1i}^2 / (3)^2 \cdot 2g \rightarrow H_f = 2gh / 9 \cdot 2g \rightarrow H_f = h / 9.$$

QUESTÃO 3 (4,0): Uma trava mantém o bloco de massa $m = 1,0$ kg em repouso na posição A da Figura com a mola 1 comprimida de $0,5$ m. De repente, a trava é removida e o bloco passa a se movimentar ao longo da pista, que tem trecho circular de raio $R = 1,0$ m. O trecho ABCDE é livre de atrito. O trecho EF possui atrito e comprimento igual a $3,0$ m. A distância entre o ponto E e a extremidade livre da mola 2 na configuração relaxada igual a $L = 2,5$ m.



(a)(1,0) Sabendo que o módulo da velocidade do bloco no ponto B é $v_B = 10,0$ m/s determine a constante elástica da mola 1. (Considere apenas a primeira vez que o bloco passa pelo ponto B)

$$\Delta E_{mec} = 0 \rightarrow E_{meci} = E_{mecf} \rightarrow mgR + \frac{1}{2}k_1^2x_1^2 = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$10 + \frac{1}{2} \times k_1^2 \times 0,25 = \frac{1}{2} \times 100 \rightarrow k_1 = \frac{50 - 10}{0,125} = 320 \text{ N/m}$$

k₁ =

(b)(1,0) Determine a velocidade do bloco e força normal exercida pela pista sobre o bloco no ponto C (ponto mais baixo da pista). (Considere apenas a primeira vez que o bloco passa pelo ponto C)

$$\Delta E_{mec} = 0 \rightarrow E_{meci} = E_{mecf} \rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}mv_C^2 - mgR \rightarrow m \frac{v_C^2}{R} = m \frac{v_B^2}{R} + 2mg$$

$$v_C^2 = v_B^2 + 2gR = 100 + 20 = 120 \rightarrow v_C = 10,95 \text{ m/s}$$

$$N_C - mg = m \frac{v_C^2}{R} = m \frac{v_B^2}{R} + 2mg \rightarrow N_C = m \frac{v_B^2}{R} + 3mg = 100 + 30 = 130 \text{ N}$$

v_C =

N_C =

(c)(1,0) Sabendo que o coeficiente de atrito cinético igual a $\mu_c = 0,2$ no trecho EF e que o bloco comprime a mola 2 de $0,3$ m até parar, determine a constante elástica da mola 2. (Considere apenas a primeira vez que o bloco comprime a mola 2)

$$\Delta E_{mec} = -f_c \Delta x \rightarrow E_{mecf} - E_{meci} = \frac{1}{2}mv_f^2 + mgR + \frac{1}{2}k_2x_2^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = -\mu_c mg(L + x_2)$$

Como $v_f = 0$, tem-se:

$$\frac{1}{2}k_2 \times 0,09 = \frac{1}{2} \times 100 - 10 - 0,2 \times 10 \times 2,8 = 34,4 \rightarrow k_2 = \frac{2 \times 34,4}{0,09} = 764,4 \text{ N/m}$$

k₂ =

d)(1,0) Suponha para este item que a mola 1 possua constante elástica $k_1 = 20,0$ N/m e que o coeficiente de atrito cinético seja igual a $\mu_c = 0,2$ no trecho EF. Determine se o bloco toca a mola 2. Caso não toque, determine onde o bloco para no trecho EF tomando E como posição inicial.

Para tocar na mola 2, o bloco deve ter energia cinética no ponto E superior a:

$$\mu_c mgL = 0,2 \times 10 \times 2,5 = 5 \text{ J}$$

Entretanto, considerando os pontos A e E, tem-se:

$$\Delta E_{mec} = 0 \rightarrow E_{mecf} = E_{meci} \rightarrow \frac{1}{2}mv_E^2 = \frac{1}{2}k_1x_1^2 = \frac{1}{2} \times 20 \times 0,25 = 2,5 \text{ J}$$

Logo, o bloco para antes de tocar na mola 2, sendo sua posição final determinada a partir de:

$$\Delta E_{mec} = -f_c \Delta x \rightarrow E_{mecf} - E_{meci} = 0 - \frac{1}{2}mv_E^2 = -\mu_c mg \Delta x \rightarrow \Delta x = \frac{2,5}{0,2 \times 10} = 1,25 \text{ m do ponto E}$$