PROVA G4 – FIS 1003 – 04/07/2006

MECÂNICA NEWTONIANA

NOME: GABARITO

Nº: ______________ TURMA: _______

QUESTÃO	VALOR	GRAU	REVISÃO
1	2,5		
2	2,5		
3	2,5		
4	2,5		
Total			

Dados:

$g = 10\ m/s^2$; $\pi = 3{,}14$; $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{a}t$; $\Delta\mathbf{r} = \frac{1}{2}(\mathbf{v} + \mathbf{v}_0)\Delta t$; $\Delta\mathbf{r} = \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2}\mathbf{a}t^2$;

$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta r$; $\Sigma\mathbf{F} = m\mathbf{a}$; $F_c = m\,v^2/r$; $K = \frac{1}{2} m\,v^2$;

$W_{cons.} = -\Delta U$; $W_{total} = \Delta K$; $W_{\tilde{N}.C.} = \Delta E_M$; $E_M = K + U$;

$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$; $\mathbf{F}_{med} = \Delta\mathbf{P}/\Delta t$; $\Sigma\mathbf{F}_{ext} = M\mathbf{a}_{cm}$; $M\mathbf{v}_{cm} = \Sigma\,\mathbf{p}_i$; $M\mathbf{r}_{cm} = \Sigma\,m_i\,\mathbf{r}_i$;

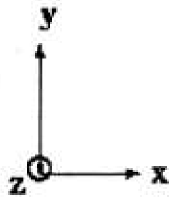
α const. : $\Delta\omega = \alpha t$; $\Delta\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$; $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\,\Delta\theta$;

$a_t = \alpha r$; $v_t = \omega r$; $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r}\times\mathbf{F}$; $\Sigma\tau = I\alpha$; $K_{rot+transl} = \frac{1}{2} m\,v^2 + \frac{1}{2} I\,\omega^2$;

$I = \Sigma\,m_i r_i^2$; $I_{esfera\ oca} = 2/3\ MR^2$; $\mathbf{L} = \mathbf{r}\times\mathbf{p}$; $\mathbf{L} = I\,\omega$; $\Sigma\boldsymbol{\tau}_{ext} = d\mathbf{L}/dt$;

$\cos 37° = 0{,}80 = \text{sen}\,53°$; $\text{sen}\,37° = 0{,}60 = \cos 53°$.

Sistema de Coordenadas

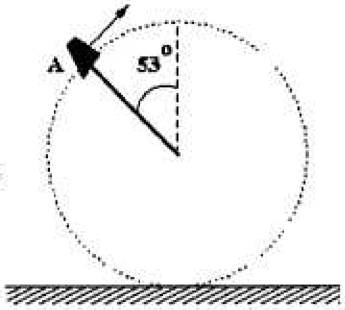


A duração da prova é de 1 hora e 50 minutos.

As respostas sem justificativas não serão computadas.

Esta prova tem 7 folhas, contando com a capa. Confira.

1ª Questão



Um homem tem um molho de chaves preso a um barbante fino e está distraidamente girando as chaves em um círculo vertical de raio 20 cm, que, em seu ponto mínimo, passa rente ao chão. Quando as chaves estão a uma velocidade angular de 10,0 rad/s, o barbante se rompe no ponto A, faltando 53° para as chaves chegarem ao topo do círculo (ver figura). A massa do molho de chaves é m=0,10kg. Calcule o que for solicitado usando as leis físicas adequadas.

(a) Encontre o **vetor** velocidade do molho de chaves no ponto A.

$$\omega_A = 10 \text{ rad/s}$$

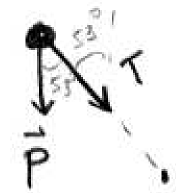
$$v_A = \omega_A r = 10 \cdot 0{,}20 = 2{,}0 \text{ m/s}$$

$$v_{Ax} = v_A \cos 53° = 2{,}0 \cdot 0{,}6 = 1{,}2 \text{ m/s}$$

$$v_{Ay} = v_A \operatorname{sen} 53° = 2{,}0 \cdot 0{,}8 = 1{,}6 \text{ m/s}$$

$$\boxed{\vec{v}_A = [1{,}2\,\hat{i} + 1{,}6\,\hat{j}]\,(\text{m/s})}$$

(b) Faça um diagrama de forças sobre as chaves no ponto A, justo antes do barbante se romper. Encontre o valor do módulo da força de tensão suportada pelo barbante neste ponto.



$$\Sigma F_c = \frac{m v_A^2}{r}$$

$$T + P\cos 53° = \frac{m v_A^2}{r} \rightarrow T = m\left(\frac{v_A^2}{r} - g\cos 53°\right)$$

$$T = 0.1\left(\frac{2^2}{0.2} - 10 \cdot 0.6\right) = 1{,}4 \text{ N}$$

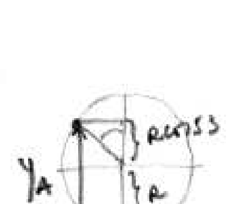
$$\boxed{T = 1.4 \text{ N}}$$

(c) Obtenha a altura máxima ($Y_{máx}$) atingida pelas chaves, em relação ao chão. Sugestão: encontre antes a altura do ponto A (que é a posição inicial vertical).

em $y_{max} \longrightarrow v_y = 0$

$$0 = v_{0y}^2 - 2g\Delta y \quad \Rightarrow \quad \Delta y = \frac{v_{0y}^2}{2g}$$

$$\Delta y = \frac{2.56}{20} = 0{,}13 \text{ m} \longrightarrow y_{max} = y_A + \Delta y = 0.45 \text{ m}$$



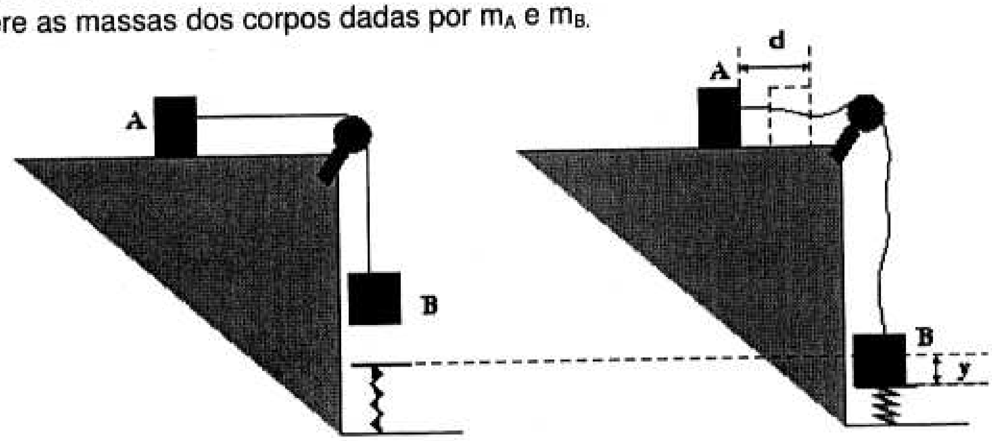
$$y_A = R + R\cos 53° = 0.2(1 + 0.6) = 0.32 \text{ m}$$

$$\boxed{Y_{máx} = 0.45 \text{ m}}$$

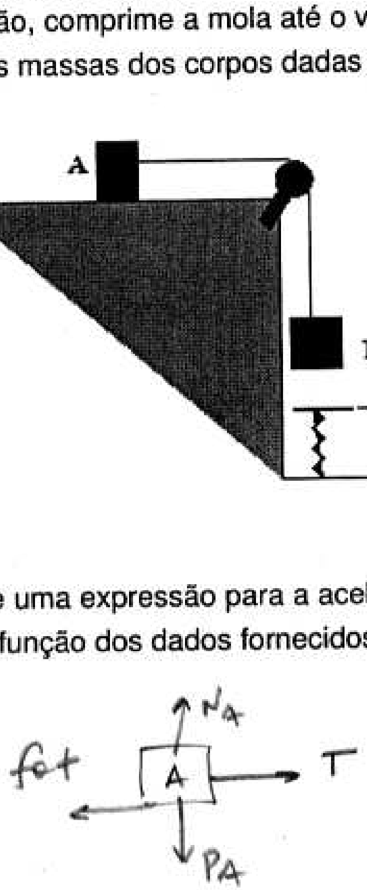
2ª Questão

O corpo B está conectado ao corpo A por um fio e uma roldana ideais. Observa-se que os dois corpos começam a se mover a partir do repouso. O coeficiente de atrito cinético entre A e o piso é μ_c. Após descer um pouco, o corpo B encontra uma mola de constante elástica k e, a partir daí, a corda que o unia ao corpo A se afrouxa, não exercendo mais tração. O corpo B, então, comprime a mola até o valor máximo y.

Considere as massas dos corpos dadas por m_A e m_B.



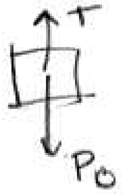
(a) Encontre uma expressão para a aceleração escalar do corpo A antes do corpo B chegar à mola, em função dos dados fornecidos. Aplique as leis de Newton.



$\Sigma F_y^A = 0 \rightarrow N_A = P_A = m_A g$ (1)

$\Sigma F_y^A = m_A \cdot a \rightarrow T - f_{at} = m_A \cdot a$ (2)

$f_{at} = \mu_c \cdot N_A$



$\Sigma F_y^B = m_B \cdot a \longrightarrow P_B - T = m_B \cdot a$ (3)

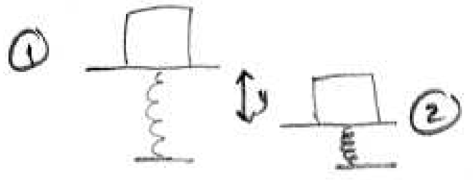
(1) em (2), (2) + (3) :

$m_B \cdot g - \mu_c \cdot m_A \cdot g = (m_A + m_B) a$

$$a = g \, \frac{(m_B - \mu_c m_A)}{m_A + m_B}$$

$\boxed{a = g \left(\frac{m_B - \mu_c m_A}{m_A + m_B} \right)}$

(b) Encontre a velocidade escalar do corpo B no instante em que inicia o contato com a mola (a corda já está frouxa), aplicando os princípios de energia para este corpo.



Cons. Energia Mecânica:

$E_1 = E_2$

$E_1 = \frac{1}{2} m_B \cdot v_B^2 \quad ; \quad E_2 = \frac{1}{2} k y^2 - m_B g y$

$\Rightarrow \frac{1}{2} m_B v_B^2 = \frac{1}{2} k y^2 - m_B g y \longrightarrow v_B = \sqrt{\frac{k}{m_B} y^2 - 2 g y}$

$\boxed{v_B = \sqrt{\frac{k}{m_B} y^2 - 2gy}}$

(c) Encontre uma expressão para o deslocamento escalar d do corpo A a partir do momento em que a corda se afrouxa, até que o corpo A pára. Empregue os teoremas de energia. Dica: a velocidade de A, ao afrouxar a corda, é a mesma de B, ao iniciar o contato com a mola.

$v_A = v_B$ do ítem anterior

Para A: $\Delta E_A = W_{fat}$ $\quad v_0 = v_A \, , \; v_f = 0$

$\Delta E_A = \Delta K = 0 - \frac{1}{2} m_A v_A^2$

$W_{fat} = - f_{at} \cdot d = - \mu_c \cdot m_A g \cdot d$

$\Rightarrow -\frac{1}{2} \cancel{m_A} v_A^2 = - \mu_c \cancel{m_A} g d$

$d = \frac{v_A^2}{2 \mu_c g} = \frac{v_B^2}{2 \mu_c g} = \boxed{d = \frac{k/m_B \, y^2 - 2gy}{2 \mu_c g}}$

3ª Questão

Sobre uma superfície horizontal sem atrito, dois corpos 1 e 2 de massas m_1 = 2,0kg e m_2=5,0 kg, respectivamente, estão inicialmente em repouso. Os corpos estão unidos por uma mola de massa desprezível, que se encontra comprimida através de uma trava. Quando a trava é solta, o corpo 1 sai na direcao x com velocidade $\vec{v}_1=2{,}0\,\hat{i}\,m/s$. Responda aos ítens a seguir, a partir das leis da mecânica pertinentes.

09 (a) Encontre o vetor velocidade do corpo 2, após separar-se do corpo 1.

Con. momento: $p_{antes} = p_{depois}$

$p_{antes} = 0$; $p_{depois} = m_1 v_1 + m_2 v_2$ (eixo x)

$m_1 v_1 = - m_2 v_2$

$v_2 = -\frac{m_1}{m_2} v_1 = -\frac{2}{5} \cdot 2 = -0.8\,m/s$ $\boxed{\vec{v}_2 = -0.8\,\hat{i}\,m/s}$

0 9 (b) Sabendo que a mola estava comprimida de uma distância de 4,0 cm, em relação ao seu comprimento natural, encontre a constante elástica da mola.

Cons. Energia mecânica: $E_i = E_f$

$E_i = \frac{1}{2} k x^2$; $E_f = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2$

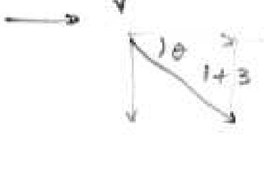
$\frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \rightarrow k = \frac{2 \cdot 4 + 5 \cdot 0.64}{(0.04)^2}$ $\boxed{k = 7 \times 10^3\,N/m}$

0.9 (c) Um terceiro corpo, de massa m_3=3,0 kg, se desloca inicialmente com velocidade constante $\vec{v}_3=-3{,}0\,\hat{j}\,m/s$ e vem a colidir com o corpo 1. Após a colisão, os corpos 1 e 3 seguem juntos. Encontre o vetor velodade final dos corpos 1+3 (unidos) e o ângulo que este vetor faz com o eixo x.

COLISÃO 2D. TOTALMENTE INELÁSTICA

$m_1 \vec{v}_1 + m_3 \vec{v}_3 = (m_1 + m_3) \vec{V}_f$

$\vec{V}_f = \frac{2 \cdot (2.0\,\hat{i}) + 3 \cdot (-3.0\,\hat{j})}{5} = (0.8\,\hat{i} - 1.8\,\hat{j})\,m/s$

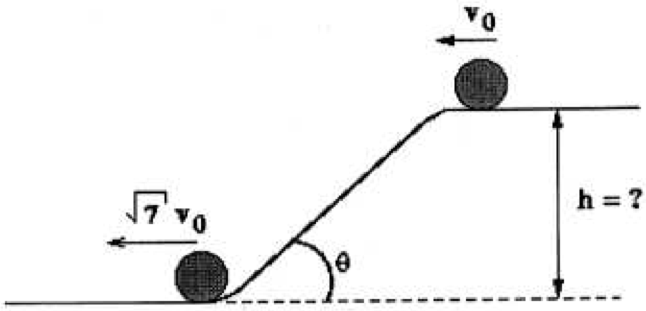


$tg\,\theta = \frac{v_{Fy}}{v_{Fx}} = \frac{-1.8}{0.8} \Rightarrow \theta = -66°$

$\boxed{\begin{array}{l} \vec{v}_f = (0.8\,\hat{i} - 1.8\,\hat{j})\,m/s \\ \theta = -66° \end{array}}$

4ª Questão

Uma bola de basquete (esfera oca) de massa M e raio R rola sobre uma superfície áspera e chega com velocidade escalar v_0 à borda de uma ladeira inclinada de um ângulo θ com a horizontal (ver figura). Ela desce a ladeira rolando sem deslizar, chegando a uma superfície horizontal mais abaixo com velocidade escalar final $v_F = \sqrt{7}\ v_0$.



(a) Através de considerações de energia, encontre a altura h.

$$E_{cima} = E_{baixo}$$ (rolamento não dissipa energia)

$$\frac{1}{2} M v_0^2 + \frac{1}{2} I \omega_0^2 + Mgh = \frac{1}{2} M v_F^2 + \frac{1}{2} I \omega_F^2$$

$$I = \frac{2}{3} MR^2 \ ; \quad \omega_0 = \frac{v_0}{R} \ ; \quad \omega_F = \frac{v_F}{R} \ ; \quad v_F = \sqrt{7} v_0 \Rightarrow$$

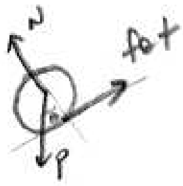
$$\frac{1}{2} \cancel{M} v_0^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3} \cancel{M}\cancel{R^2}\right)\frac{v_0^2}{\cancel{R^2}} + \cancel{M} g h = \frac{1}{2} \cancel{M}(7v_0^2) + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}\cancel{M}\cancel{R^2}\right)\frac{7v_0^2}{\cancel{R^2}}$$

$$\frac{5}{6} v_0^2 + gh = 7 \cdot \frac{5}{6} v_0^2$$

$$gh = 5 v_0^2$$

$$\boxed{h = \frac{5 v_0^2}{g}}$$

(b) Ache o módulo do torque resultante sofrido pela bola, em relação ao seu centro de massa, durante a descida.



$\Rightarrow$ fot gera torque em relação ao CM

2ª Lei: $\Sigma F_x = Ma_{cm}$

$P\,sen\theta - f_{at} = Ma_{cm} \times L$

$Mg\,sen\theta - f_{at} = Ma_{cm}$ ①

$\Sigma \tau = I\alpha \longrightarrow +f_{at} \cdot R = I\alpha$ rolamento s/ deslizamento: $a_{cm} = \alpha R$

$\Rightarrow f_{at} = I\frac{a_{cm}}{R} = \frac{2}{3}Ma_{cm}$ ② $\Rightarrow Ma_{cm} = \frac{3}{2}f_{at}$

$Mg\,sen\theta - f_{at} = \frac{3}{2}f_{at} \Rightarrow \frac{5}{2}f_{at} = Mg\,sen\theta$

$f_{at} = \frac{2}{5}Mg\,sen\theta$

$\tau = f_{at} \cdot R = \frac{2}{5}MgR\,sen\theta$

$$\boxed{\tau = \frac{2}{5}MgR\,sen\theta}$$

(c) Ache a variacão do momento angular da bola, do início ao fim da descida. Com este resultado, encontre o tempo Δt gasto durante a descida.

$L_0 = I\omega_0 = \frac{2}{3}MR^2\frac{V_0}{R} = \frac{2}{3}MRV_0$

$L_f = I\omega_F = \frac{2}{3}MR\sqrt{7}\,V_0$

$\Delta L = \frac{2}{3}(\sqrt{7}-1)MRV_0$

$\tau = \frac{\Delta L}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta L}{\tau} = \frac{\frac{\cancel{2}}{3}(\sqrt{7}-1)\cancel{MR}V_0}{\frac{\cancel{2}}{5}\cancel{M}g\cancel{R}\,sen\theta}$

$$\boxed{\begin{aligned}\Delta L &= \frac{2}{3}(\sqrt{7}-1)MRV_0 \\ \Delta t &= \frac{5}{3}(\sqrt{7}-1)\cdot\frac{V_0}{g\,sen\theta}\end{aligned}}$$