PROVA G3 FIS 1031 – 27/11/2007

MECÂNICA NEWTONIANA

NOME: Gabarito ______________________________ Nº: __________

TURMA: _______

QUESTÃO	VALOR	GRAU	REVISÃO
1	4,0		
2	3,0		
3	3,0		
TOTAL	10,0		

Dados:

$g = 10{,}0\ m/s^2 = 1000\ cm/s^2$

$K = ½\, m\, v^2$; $W = \mathbf{F} \,.\, \Delta\mathbf{s}$; $W_{cons} = -\,\Delta U$; $W_{mola} = ½\, k\, x_i^2 - ½\, k\, x_f^2$

$W_{total} = \Delta K$; $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$; $\mathbf{F}_{med} = \Delta\mathbf{P} / \Delta t$; $\sum \mathbf{F}_{ext} = M\mathbf{a}_{cm}$; $M\mathbf{v}_{cm} = \sum \mathbf{p}_i$;

$K_{rot} = ½\, I\, \omega^2$; $\mathbf{R}_{cm} = \Sigma\, m_i\, \mathbf{r}_i / \Sigma\, m_i$

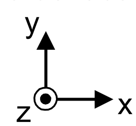
$\mathbf{P} = m\, \mathbf{v}$, $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$, $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{P} = m\, \mathbf{r} \times \mathbf{v}$, $L_{corpo\ rigido} = I\omega$

$W_{total} = \tau \,.\, \Delta\theta$

Teorema dos eixos paralelos: $I_d = I_{CM} + M\, d^2$

$\text{sen } 30^o = \cos 60^o = 1/2$; $\cos 30^o = \text{sen } 60^o = \sqrt{3}/2$

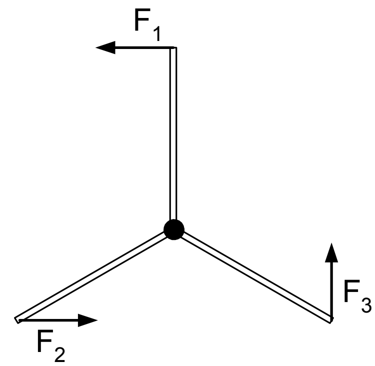
Sistema de coordenadas



A duração da prova é de 1 hora e 50 minutos.

As respostas sem justificativas não serão computadas.

Esta prova tem 4 folhas, contando com a capa. Confira.



(1ª questão: 3,5 pontos) Uma hélice é formada por três hastes iguais de compimento L e massa M. O momento de inérica rotacional de cada uma das hastes em relação ao seu centro de massa é dado por $I_{CM} = ML^2/12$. O ângulo entre as hastes é de 120^o. A hélice está inicialmente em repouso e no instante t = 0, três forças de mesmo módulo, igual a F, são aplicadas nela conforme ilustra a figura. Despreze o atrito.

a) Determine o vetor torque resultante na hélice em relação ao seu eixo em t = 0, em função de L e F. Utilize o sistema de coordenadas da capa da prova.

$\tau_{res.}$ =

τ_{F1} = L F;

τ_{F2} = L F sen 30^o = L F / 2;

τ_{F3} = L F cos 30^o = L F $\sqrt{3}/2$;

Todos os torques têm a mesma direção (**k**) e, portanto se somam:

$\tau_{res.} = L\,F\,(1 + ½ + \sqrt{3}/2) = L\,F\,(3 + \sqrt{3}) / 2\ \mathbf{k}$

b) A força de gravidade contribui ou não para o torque resultante? Justifique.

A força da gravidade não contribui pois está aplicada no centro de massa da hélice, portanto não produzindo torque.

c) Determine o módulo da aceleração angular em t = 0, em função de M, L e F.

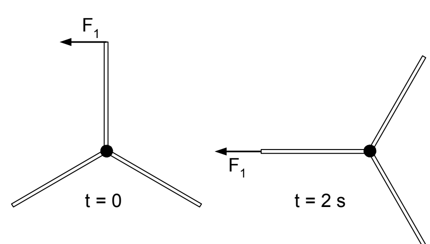
α =

$I_{CM} = ML^2/12 \rightarrow I_{hélice} = 3\,(ML^2/12 + M(L/2)^2)$

$I_{hélice} = 3\,(ML^2/3\,) = ML^2$

$\alpha = \tau_{res.} / I_{hélice} = F\,(3 + \sqrt{3}) / (2\,M\,L)\ \mathbf{k}$

d) Suponha agora que somente a força F_1, com módulo igual a 50 N, direção, sentido e posição indicados no desenho, seja aplicada na hélice a partir de t = 0. No instante de tempo t = 2,0 s, a hélice terá percorrido ¼ de volta, sua aceleração angular é zero e sua velocidade angular é 10 rad/s. Calcule o trabalho realizado por esta força. O momento de inércia rotacional da hélice é igual a 1,0 kg m².



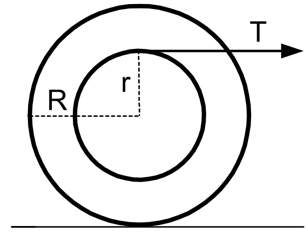
W =

A aceleração angular não é constante, mas podemos utilizar o teorema Trabalho - Energia

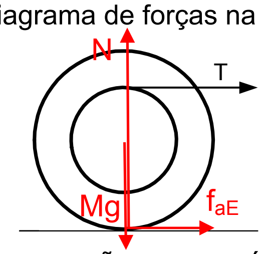
$W = \Delta K$

$W = ½\,I\,\omega^2 – 0 = ½\ 1\ 10^2 = 50$ J

(2ª questão: 3,0 pontos) Um carretel (de massa m e I_{CM} dados) com eixo interno de raio r e raio externo R é puxado por um fio ideal (com força de tração **T**) enrolado no eixo interno. O carretel gira e se move, sem deslizar, para a direita sobre um piso horizontal áspero. Vide desenho.



(a) Complete o diagrama de forças na figura abaixo.



b) Encontre uma expressão para o módulo da aceleração do centro de massa do carretel (a_{CM}) em função dos dados fornecidos. Considere a aceleração da gravidade igual a g.

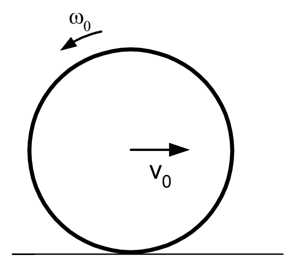
$\mathbf{F_R} = m\mathbf{a}$; Vertical: $\mathbf{a_V} = \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{N} + \mathbf{P} = \mathbf{0} \Rightarrow N = P$.
Horizontal: $\mathbf{T} + \mathbf{f_{aE}} = m\mathbf{a_{CM}} \Rightarrow T + f_{aE} = ma_{CM}$. (1)

$\tau_R = I_{CM}\alpha$; $\rightarrow$ $\tau_P + \tau_N + \tau_T + \tau_{fa} = I_{CM}\alpha$; $\tau_P = 0$; $\tau_N = 0$; $\tau_T = +r.T$; $\tau_{fa} = -R.f_{aE}$
$+ r.T - R.f_{aE} = I_{CM}.\alpha$; $\alpha = a_{CM}/R$ $\Rightarrow$ $(r/R)T - f_{aE} = (I_{CM}/R^2)a_{CM}$. (2)

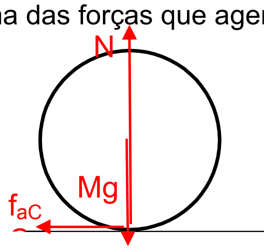
Somando (1) e (2):
$(1 + r/R)T = (m + I_{CM}/R^2)a_{CM}$. $\rightarrow$

$$\boxed{a_{CM} = (1 + r/R)T / (m + I_{CM}/R^2)}$$

Uma esfera oca (de massa M, raio R e $I_{CM} = 2MR^2/3$) é lançada sobre um piso horizontal áspero com coeficiente de atrito cinético μ_C. Ao fazer contato, em $t_0 = 0$ s, seu centro de massa tem velocidade de módulo v_0 para a direita e a esfera gira com velocidade angular de módulo ω_0 no sentido anti-horário em torno de um eixo horizontal no CM. Após o contato a esfera se move deslizando e girando sobre o piso. Durante o deslizamento, no instante t_1 sua velocidade angular se anula e ela inicia uma rotação no sentido horário, ainda deslizando.



(c) Faça o diagrama das forças que agem sobre a esfera.



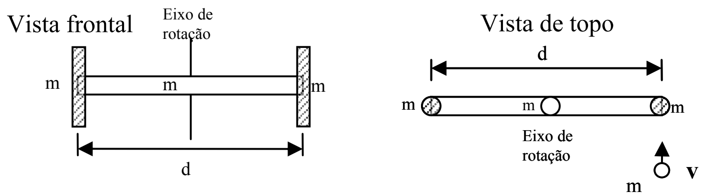
d) Determine t_1 em função dos dados fornecidos.

$t_1 =$

$\mathbf{F_R} = m\mathbf{a}$; Vertical: $\mathbf{a_V} = \mathbf{0} \rightarrow \mathbf{N} + \mathbf{P} = \mathbf{0} \rightarrow N = P$.
Horizontal: $\mathbf{f_{ac}} = -\mu_C.Mg$
$\tau_R = I_{CM}\alpha$; $\tau_P + \tau_N + \tau_{fa} = I_{CM}\alpha$; $\tau_P = 0$; $\tau_N = 0$; $\tau_{fa} = +R.f_{aC}$ $\rightarrow$
$R.f_{aC} = I_{CM}.\alpha$ $\Rightarrow$ $R.\mu_C.Mg = I_{CM}.\alpha$ $\Rightarrow$ $\alpha = R.\mu_C.Mg/I_{CM}$ $\rightarrow$

$\omega(t) = -\omega_0 + (R.\mu_C.Mg/I_{CM}).t$ $\rightarrow 0 = -\omega_0 + (R.\mu_C.Mg/I_{CM}).t_1$ $\rightarrow$ $t_1 = 2\omega_0.R/(3.\mu_C.g)$

(3ª questão: 3,0 pontos) Uma barra fina de comprimento d e massa m pode girar em torno de um eixo colocado no seu centro de massa sem atrito ($I_{cm} = md^2/12$). Em cada uma das extremidades desta barra é fixada uma haste fina de massa m. O sistema de hastes inicialmente encontra-se em repouso. A figura abaixo mostra uma visão deste sistema vista frontal e de topo.



Uma partícula de massa m que se desloca com velocidade de módulo V colide perpendicularmente na extremidade da barra horizontal e permanece grudada conforme a figura vista de topo.

a) Determine o momento de inércia I do sistema hastes-partícula após a colisão (Dê a resposta em função de m e d).

$I_{sistema}=I_{partícula}+I_{barra}+2I_{haste}=m(d/2)^2+(1/12)md^2+2m(d/2)^2=md^2(1/4+1/12+1/2)$

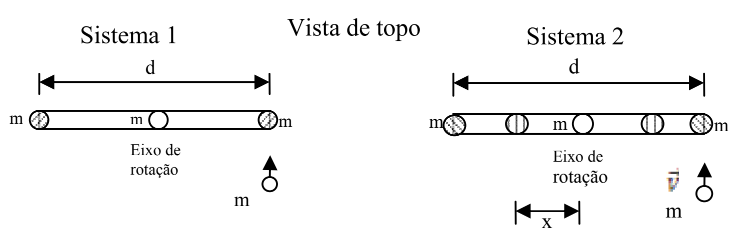
$I_{sistema}=md^2(3+1+6)/12 \Rightarrow \quad I_{sistema}=(10/12)md^2 =(5/6)md^2$

b) Determine a velocidade angular ω do sistema hastes-partícula após a colisão (Dê a resposta em função de d e V).

$\mathbf{L_{antes} = L_{depois}} \Rightarrow \; mVd/2 = I_{sistema}\,\omega \;\; \Rightarrow \;\; mVd/2 = (5/6)md^2\,\omega$

$\omega=6V/5d$

c) As duas figuras abaixo representam dois novos sistemas. O primeiro sistema é constituído de uma barra fina de comprimento d e massa m com uma partícula de massa m em cada uma de suas extremidades. Este sistema pode girar em torno de um eixo colocado no seu centro de massa sem atrito. O segundo sistema é igual ao primeiro, com a adição de 2 novas partículas colocadas a uma distância x do eixo de rotação de modo que o centro de massa do sistema não mude. Para os dois sistemas, uma partícula de massa m e velocidade V colide perpendicularmente em uma das extremidades da barra e permanece grudada. De quanto deve ser esta distância x para que o segundo sistema adquira uma velocidade angular ω' que seja 5/6 da velocidade angular ω do primeiro sistema. (Dê a resposta em função de d).



x =

$\mathbf{L}_{antes} = \mathbf{L}_{depois} \;\; , \;\; I\omega = I'\omega' \;\; , \;\; \omega' = (5/6)\omega$
$I = I_{particula}+ I_{barra} + 2I_{particula} = (5/6)md^2$
$I' = I + 2I_{particula\ em\ x} = (5/6)md^2 +2mx^2 \rightarrow m\,[(5/6)d^2+2x^2]$
$(5/6)md^2\,\omega = m\,[(5/6)d^2 + 2x^2]\,\omega' \rightarrow (5/6)md^2\,\omega= m\,[(5/6)d^2 + 2x^2]\,(5/6)\omega$
$d^2 - (5/6)d^2=2x^2 \rightarrow \;\; (1/6)d^2=2x^2 \;\; \rightarrow \;\; (1/12)d^2=x^2 \;\; \Rightarrow \;\; x=(1/12)^{-1/2}d$