PROVA G3. FIS 1003 – 21/06/2006
MECÂNICA NEWTONIANA

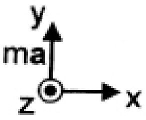
NOME:_______________________________________

Nº:__________________ TURMA:________

QUESTÃO	VALOR	GRAU	REVISÃO
1	3,0		
2	3,5		
3	3,5		
Teste			
Total			

Dados:

Sistema de coordenadas



$g = 10{,}0\ m/s^2 = 1000\ cm/s^2$

$\Delta \mathbf{v} = \mathbf{a}t$; $\Delta \mathbf{r} = ½ (\mathbf{v} + \mathbf{v}_0)\Delta t$; $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{v}_0 t + ½ \mathbf{a}t^2$; $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta r$; $\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a}$

$\Delta\omega = \alpha t$; $\Delta\theta = ½ (\omega + \omega_0)\Delta t$; $\Delta\theta = \omega_0 t + ½ \alpha t^2$; $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\Delta\theta$

$F_c = m\, v^2/r$; $K = ½\, m\, v^2$; $W_c = -\Delta U$; $W_{total} = \Delta K$; $W_{\tilde{N}.C.} = \Delta E_M$; $E_M = K + U$; $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$; $\mathbf{F}_{med} = \Delta \mathbf{P} / \Delta t$; $\Sigma \mathbf{F}_{ext} = M\mathbf{a}_{cm}$; $M\mathbf{v}_{cm} = \Sigma\, \mathbf{p}_i$; $M\mathbf{r}_{cm} = \Sigma\, m_i\, \mathbf{r}_i$; $\tau = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$; $\Sigma\tau = I\alpha$; $W_{total} = \Delta K$; $K = ½\, m\, v^2 + ½\, I\, \omega^2$; $I = \Sigma\, m_i r_i^2$; $a_t = \alpha r$; $v_t = \omega r$; $I_p = I_{cm} + Md^2$; $I_{cm} = \beta\, MR^2$; $\beta_{aro} = 1$; $\beta_{cilindro} = 1/2$; $\beta_{esfera} = 2/5$; $\beta_{haste} = 1/12$

$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$; $\Sigma\tau_{ext} = dL/dt$

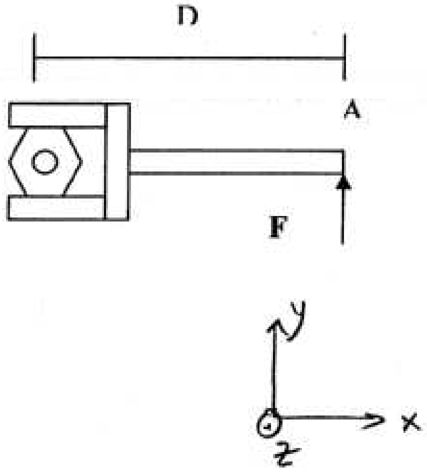
A duração da prova é de 1 hora e 50 minutos.

As respostas sem justificativas não serão computadas.

Esta prova tem 5 folhas, contando com a capa. Confira

1ª. QUESTÃO:

Uma haste possui uma extremidade com a forma da letra U. Esta foi encaixada numa peça hexagonal, horizontalmente, conforme o desenho. A peça pode girar em torno de seu eixo central, encontrando-se inicialmente emperrada pelo atrito com o eixo. Na outra extremidade (A) aplica-se uma força **F** (sempre perpendicular à haste) para tentar girá-la. Aumenta-se então gradualmente a intensidade (módulo) desta força até o valor F_1 = 250 N, quando a peça começa a girar. A distância entre o centro do eixo da peça e o ponto de aplicação da **F** é dada por D = 10 cm.



1.0 (a) Obtenha uma expressão para o vetor torque máximo do atrito ($\tau_{at\,máx}$) sobre a peça quando esta se encontra na iminência de girar (ainda em equilíbrio), em função dos dados fornecidos. Calcule-o numericamente.

equilíbrio $\rightarrow \Sigma \vec{\tau} = 0 \Rightarrow$

$$\vec{\tau}_F + \vec{\tau}_{fat} = 0 \qquad \vec{\tau}_F = F \cdot D\, \hat{k}$$

$$\vec{\tau}_F = 250 \times 0{,}1\, \hat{k} = (25\,\hat{k})\, N.m$$

$$\Rightarrow \vec{\tau}_{fat} = -\vec{\tau}_F = (-25\hat{k})\, N.m$$

$$\boxed{\tau_{at} = (-25\,\hat{k})\, N.m}$$

1.5 Quando a haste entrou em movimento de rotação o torque do atrito diminuiu imediatamente para τ_{at} = - 15 **k** N.m.

(b) Obtenha uma expressão para o vetor momento angular (**L**) do sistema em relação ao ponto central C no instante t_1 após o início da rotação, em termos dos dados fornecidos. Sendo t_1 = 10 segundos, calcule **L** numericamente.

$$\Sigma \vec{\tau} = \vec{\tau}_F + \vec{\tau}_{fat} = (+25\,\hat{k}) + (-15\,\hat{k})$$

$$= (10\,\hat{k})\, N.m$$

$$\Sigma \vec{\tau} = \frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t} = \frac{\vec{L}_f - \cancel{\vec{L}_i}^{\,0}}{t_1} \Rightarrow \quad \vec{L}_f = (10\,\hat{k}) \times 10\, s$$

$$\boxed{\mathbf{L} = (100\,\hat{k})\ kg}\, . m^2/s$$

$$\left(N.m.s = kg.m^2/s \right)$$

0.5 (c) Neste mesmo instante encontre o vetor velocidade angular do sistema (ω). O momento de inércia do sistema em relação ao ponto C é dado por $I_C = 20$ kg.m^2.

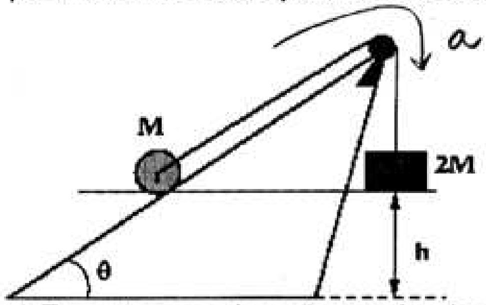
$$L = I\omega \longrightarrow \omega = L/I$$

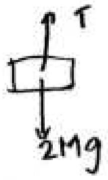
$$\omega = \frac{100}{20} = 5 \text{ rad/s}$$

$$\boxed{\omega = 5 \text{ rad/s}}$$

2ª. QUESTÃO:

Na disposição mostrada na figura desta questão, uma esfera sólida de massa M e raio R está sobre uma superfície inclinada de um ângulo θ com a horizontal. Ela está presa a um fio ideal que pode puxá-la por de seu centro de massa. O fio passa por uma roldana ideal (sem massa) e está preso, em sua outra extremidade, a um bloco de massa 2M. Ambos corpos estão inicialmente em repouso, a uma altura h em relação ao solo, quando se inicia seu movimento. Observa-se que, à medida que o bloco desce verticalmente, a esfera sólida sobe rolando sem deslizar. Responda os itens a seguir, a partir das leis físicas pertinentes e em função dos dados do problema.





1.5 a) Encontre a aceleração escalar dos corpos durante o movimento.

ESFERA:

$$\Sigma F = ma \Rightarrow T - fat - Mg\,sen\theta = Ma \quad (1)$$

$$\Sigma \tau = I\alpha \Rightarrow fat \cdot R = I\alpha$$

$$\Downarrow$$

$$fat = Ia/R^2 \quad (2)$$

BLOCO: $2Mg - T = 2Ma \quad (3)$

$$(1)+(2)+(3) \longrightarrow 2Mg - Mg\,sen\theta = 2Ma + Ma + Ia/R^2$$

$$= \left(\frac{3}{1/5} + \frac{2}{5}\right) Ma$$

$$\boxed{a = \frac{5}{17} g (2 - sen\theta)} \qquad a = \frac{5}{17}(2 - sen\theta) g$$

0.5 b) A partir de seu resultado no ítem (a), encontre o módulo da velocidade angular da esfera justo antes do bloco atingir o solo.

$$\Delta s = h$$

$$v_f^2 = 2ah \longrightarrow v_f = \sqrt{\frac{10}{17} gh (2 - sen\theta)}$$

$$\omega_f = v_f / R$$

$$\boxed{\omega = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{10}{17} gh (2 - sen\theta)}}$$

1.5 c) A partir de considerações de energia, encontre a velocidade escalar do bloco justo antes deste atingir o solo.

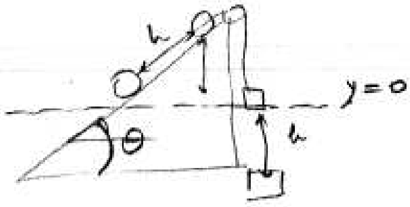
$$E_i = 0$$

$$E_f = U_f + K_f =$$

$$= \cancel{m}g(h\,\text{sen}\theta) + 2\cancel{m}g(-h) +$$

$$+ \frac{1}{2}(2\cancel{m})v^2 + \frac{1}{2}\cancel{m}v^2 + \frac{1}{2}\underbrace{I}_{\frac{2}{5}\cancel{m}\cancel{R^2}}\underbrace{\omega^2}_{\frac{v^2}{\cancel{R^2}}}$$

$$gh(2-\text{sen}\theta) = v^2\underbrace{\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{5}\right)}_{17/10}$$

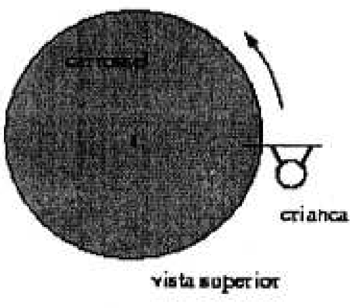


$$\boxed{v = \sqrt{\frac{10}{17}gh(2-\text{sen}\theta)}}$$

3ª. QUESTÃO:

Uma criança de massa m = 30 kg começa a empurrar um carrossel a partir do repouso no sentindo anti-horário visto de cima, através de sua força muscular **F**, de módulo constante e direção sempre tangencial à borda do carrossel. O carrossel tem massa M = 100 kg e raio R = 1,5 m e pode ser modelado como um disco sólido e homogêneo. Quando ambos alcançam uma velocidade angular de 1,2 rad/s, a criança sobe na borda do carrossel e eles seguem girando juntos com esta velocidade angular.

1.2 a) Encontre o módulo do momento angular do carrossel, em relação ao seu centro, para esta velocidade angular acima. Encontre também o momento angular da criança.



$$L_{CAR} = I_{CAR}\cdot\omega = \frac{1}{2}MR^2\omega = \frac{1}{2}\,100\cdot 1{,}5^2\times 1{,}2 =$$

$$= 135\ kg\,m^2/s$$

$$L_{CRI} = I_{CRI}\,\omega = mR^2\omega = 30\cdot 1{,}5^2\times 1{,}2 = 81$$

$$\boxed{L_{CAR} = 135\ kg\,m^2/s}$$

$$\boxed{L_{CRI} = 81\ kg\,m^2/s}$$

0.8 b) Sabendo que a criança levou um tempo t = 3,0s para alcançar tal velocidade, encontre o módulo da força **F** que ela aplicou sobre o carrossel.

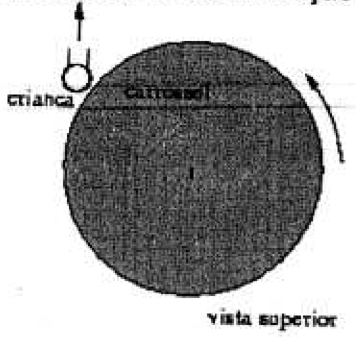
$$\tau_{CAR} = \frac{\Delta L_{CAR}}{\Delta t} \Rightarrow F\cdot R = \frac{L_{CAR}}{\Delta t}$$

$$F = \frac{L_{CAR}}{R\,\Delta t} = \frac{135}{1{,}5\cdot 3} = 30\ N$$

OU: $\tau = I\alpha$; $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{1{,}2}{3}$ $\boxed{F = 30\ N}$

$$F\cdot R = \frac{1}{2}MR^2\cdot\alpha \Rightarrow F = \frac{1}{2}\cdot 100\cdot 1{,}5\cdot 0{,}4 = 30\ N$$

Uma vez sobre o carrossel, a criança agora decide saltar, saindo com velocidade de módulo 0,8 m/s em relação ao solo, tangencial à borda e sentido oposto ao original



15 c) Obtenha o valor da velocidade angular final do carrossel.

$$L_{antes} = L_{CAR} + L_{CRI} = 135 + 81 = 216\ kg\,m^2/s$$

DEPOIS: $v' = -0.8\ m/s$

$$L_{depois} = L_{\substack{CAR \\ (depois)}} + L_{\substack{cri \\ (depois)}}$$

$$\boxed{\omega = 2.24\ rad/s}$$

$$= \frac{1}{2} MR^2\omega + (-mv'R)$$

$$L_{antes} = L_{depois} \Rightarrow 216 = \frac{1}{2}(100).(1.5)^2.\omega - 30.0{,}8.1{,}5$$

$$\omega = \frac{216 + 36}{50 \cdot 2{,}25} = 2.24\ rad/s$$