G2 DE MECÂNICA NEWTONIANA A (FIS 1003)

24/05/2006

NOME: GABARITO.

MATRÍCULA:________________ TURMA: ________

Questão	Valor	Grau	Revisão
1	2,5		
2	2,5		
3	2,5		
4	2,5		
Teste	1,0		
TOTAL			

Dados:

sen(30°) = 0,500

cos(30°) = 0,866

Eq. de 2° grau: $ax^2+bx+c=0 \Rightarrow$ raízes: $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$K = \frac{1}{2} m v^2$; $W_{TOTAL} = \Delta K$; $W_{conservativo} = -\Delta U$; $W_{mola} = \frac{1}{2} k x_i^2 - \frac{1}{2} k x_f^2$

$\vec{p}=m\vec{v}$; $\sum \vec{F}_{ext}=M\vec{a}_{cm}$; $M\vec{v}_{cm}=\sum m_i\vec{v}_i=\sum \vec{p}_i=\vec{P}_{TOTAL}$; $M\vec{r}_{cm}=\sum m_i\vec{r}_i$

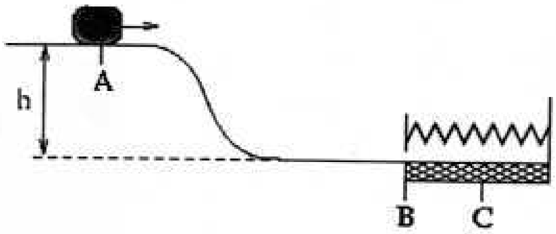
Esta prova contém 5 páginas numeradas (contando com a capa).

Confira.

1ª QUESTÃO

Um corpo de massa $m = 2{,}0$ kg é lançado com velocidade escalar inicial $V_A = 2{,}0$ m/s de um ponto A situado a uma altura h, descendo uma rampa sem atrito, conforme o desenho abaixo. Ao chegar no ponto B, com velocidade $V_B = 3{,}0$ m/s, o corpo inicia o contato com a mola (ideal) horizontal, de constante elástica $k = 100$ N/m, comprimindo-a enquanto desliza sobre a superfície rugosa existente de B em diante. Ao chegar no ponto C, o corpo pára momentaneamente. O coeficiente de atrito cinético do piso, a partir do ponto B, vale $\mu_C = 0{,}125$.

Nesta questão considere $g = 10$ m/s².
Responda as perguntas abaixo justificando seu desenvolvimento a partir das leis físicas sobre trabalho e energia.



0.5 a) Encontre a altura h.

$$E_A = E_B \Rightarrow mgh + \frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2} m v_B^2$$

$$h = \frac{(v_B^2 - v_A^2)}{2g} = \frac{9{,}0 - 4{,}0}{2 \times 10} = 0.25\ m$$

$\boxed{h = 0.25\ m}$

1.2 b) Obtenha o comprimento do trecho BC. (Obs.: Escolha a solução positiva)

há atrito entre B e C $\Rightarrow \Delta E_{BC} = W_{fat}$

$E_B = \frac{1}{2} m v_B^2$; $E_C = \frac{1}{2} k d_{BC}^2$; $W_{fat} = -f_{at} \cdot d_{BC}$ (sendo $f_{at} = \mu_c N = \mu_c mg$)

Portanto: $\frac{1}{2} k d_{BC}^2 - \frac{1}{2} m v_B^2 = - f_{at} \cdot d_{BC}$ ∴

$$k d_{BC}^2 + 2 \mu_c m g\, d_{BC} - m v_B^2 = 0$$

$$d_{BC} = \frac{-5{,}0 \pm \sqrt{25 + 4 \cdot 100 \cdot 18}}{2 \times 100} = -\frac{5{,}0 \pm 85}{200}$$

$\boxed{d_{BC} = 0.4\ m}$

0.8 c) Após a parada instantânea em C, a mola se distende empurrando o corpo de volta para B. Calcule a nova velocidade escalar V_B' ao voltar.

na volta: $\Delta E'_{CB} = W'_{fat} \Rightarrow$

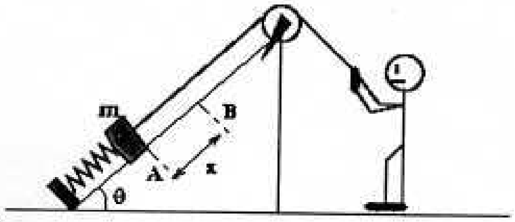
$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_B'^2 - \frac{1}{2} k d_{BC}^2 = - \mu_c m g\, d_{BC}$$

$$v_B'^2 = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 0.4^2 - 0.125 \times 2 \times 10 \times 0{,}4$$

$$= 7 \longrightarrow v_B' = \sqrt{7}\ m/s$$

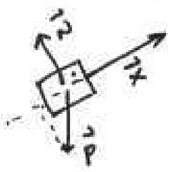
$\boxed{V_B' = 2{,}65\ m/s}$

2ª QUESTÃO



Um projetista de aparelhos de ginástica fez o desenho ao lado para um possível aparelho. Um bloco de massa **m** está conectado a uma mola de constante elástica **k**, sobre um plano sem atrito, que tem inclinação θ com a horizontal. Através de um cabo e roldana ideais, o bloco é puxado pelo homem, a partir do repouso, desde a posição **A** até a posição **B**, onde chega com velocidade escalar $\mathbf{V_B}$. Na posição **A**, a mola está em seu estado natural (nem distendida nem comprimida).
Seja **x** a distância entre A e B. A aceleração da gravidade vale **g**.
Responda as perguntas a seguir em função dos dados fornecidos, justificando seu desenvolvimento a partir das leis físicas sobre trabalho e energia.

1.0 a) Calcule o trabalho realizado sobre o bloco pela força peso do bloco e pela força normal do plano inclinado no trajeto AB.



$$W_P = \vec{P}\cdot\vec{x} = -(P\,sen\,\theta)\cdot x = -mgx\,sen\,\theta$$

$$W_N = \vec{N}\cdot\vec{x} = 0$$

$W_P = -mgx\,sen\,\theta$

$W_N = 0$

0.5 b) Encontre o trabalho realizado sobre o bloco pela força da mola no trajeto AB.

$$W_{mola} = -\frac{1}{2}kx_B^2 - \left(-\frac{1}{2}k\cancel{x_A^2}^{\,0}\right) = -\frac{1}{2}kx^2$$

$$\left(\begin{matrix} x_A = 0 \\ x_B = x \end{matrix}\right)$$

$W_{mola} = -\frac{1}{2}kx^2$

1.0 c) Obtenha o trabalho realizado pelo homem sobre o bloco, para levá-lo do ponto A para B.

Teorema trabalho - energia cinética

$$\underbrace{\Delta K}_{} = W_{TOT} = W_P + W_N + W_{mola} + W_{homem}$$

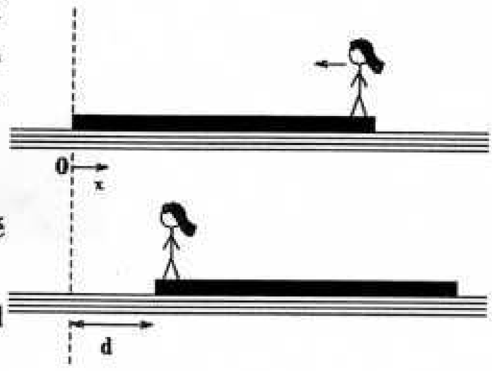
$$\frac{1}{2}mv_B^2 = -mgx\,sen\,\theta + 0 - \frac{1}{2}kx^2 + W_{homem}$$

$$\Rightarrow W_{homem} = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgx\,sen\,\theta + \frac{1}{2}kx^2$$

$W_{homem} = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgx\,sen\,\theta + \frac{1}{2}kx^2$

3ª QUESTÃO

Uma moça está parada no extremo direito de uma plataforma plana, que, por sua vez, também se encontra em repouso com relação à superfície de gelo em que se apóia. A moça, então, começa a correr para a esquerda, com velocidade constante $V_{MP} = -1{,}5\, m/s$ *em relação à plataforma*. Não há atrito entre a plataforma e a superfície de gelo. A massa da moça é $\mathbf{m}_M = 50{,}0$ kg, a massa da plataforma é $\mathbf{m}_P = 200$ kg e o tamanho da plataforma é **L** = 5,00 m. Tome a posição inicial do extremo esquerdo da plataforma em x = 0,0 *m*, como mostrado na figura.



0.5 a) Ache a posição de centro de massa do conjunto moça+plataforma antes da moça começar a se mover.

$$x_{cm} = \frac{m_p \cdot L/2 + m_m \cdot L}{m_p + m_m} = \frac{200 \times 2{,}5 + 50 \times 5}{250}$$

$\boxed{x_{cm} = 3{,}0\, m}$

1.3 b) Encontre as velocidades da plataforma e da moça *em relação ao gelo*, V_{PG} e V_{MG}, enquanto a moça está em movimento.

0.5

$P_{antes} = P_{depois} \Rightarrow 0 = m_m v_{MG} + m_P v_{PG}$ ①

0.5

sendo que: ② $V_{MG} = V_{MP} + V_{PG}$ (composição de velocidades)

② em ①: $m_m (v_{MP} + v_{PG}) + m_p v_{PG} = 0$

$$\rightarrow v_{PG} = \frac{-m_m v_{MP}}{m_m + m_p} = \frac{-50 \cdot (-1.5)}{250} = 0.30\, m/s$$ 0.3

e, portanto, $v_{MG} = -1.5 + 0.3 = -1.2\, m/s$

$\boxed{V_{PG} = 0.30\, m/s}$

$\boxed{V_{MG} = -1.2\, m/s}$

0.4 c) Quando a moça chega ao extremo esquerdo da plataforma, esta se moveu uma distância d com relação à origem (como mostrado na figura). Encontre d.

Como $P_{TOT} = 0 \longrightarrow v_{cm} = 0 \longrightarrow x_{cm}^{antes} = x_{cm}^{depois}$

$$x_{cm}^{depois} = \frac{m_G \cdot d + m_p (d + L/2)}{m_G + m_p} = x_{cm}^{antes}.$$

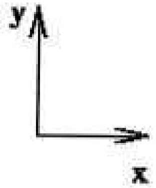
$$\frac{50 \cdot d + 200\,(d + 2{,}5)}{250} = 3{,}0 \Rightarrow 250 d = 250$$

$\boxed{d = 1{,}0\, m}$

4ª QUESTÃO

Uma bola A, de massa 1,0 kg, inicialmente com velocidade constante $\vec{v}_A = (5{,}0\,\hat{\imath})\,m/s$, colide com a bola B, de mesma massa, que se encontrava inicialmente em repouso. Após a colisão, observa-se que a bola A sai com velocidade escalar $v_{A\,(final)} = 4{,}0$ m/s, fazendo um ângulo de 30° com sua direção x original.

1.3 a) Encontre o módulo da velocidade de saída da bola B e o ângulo que esta velocidade faz com o eixo x.



Cons. Momento : $\vec{P}_{antes} = \vec{P}_{depois}$

$$\cancel{m}\vec{v}_A = \cancel{m}\vec{v}_{Af} + \cancel{m}\vec{v}_{Bf} \longrightarrow 5{,}0\,\hat{\imath} = \{4{,}0\cos(30°)\,\hat{\imath} + 4{,}0\,\mathrm{sen}(30°)\,\hat{\jmath}\} + \vec{v}_{Bf}$$

$$\vec{v}_{Bf} = (5{,}0 - 4{,}0 \cdot 0.866)\,\hat{\imath} - (4{,}0 \cdot 0.5)\,\hat{\jmath} = \underbrace{1.54}_{v_{Bxf}}\,\hat{\imath} - \underbrace{2{,}0}_{v_{Byf}}\,\hat{\jmath}$$

$$v_{Bf} = \sqrt{(1.54)^2 + (-2{,}0)^2} = 2.52\ m/s$$

$$tg\,\theta = \frac{v_{Byf}}{v_{Bxf}} = \frac{-2{,}0}{1.54} \rightarrow \theta = -52.4°$$

$$\boxed{v^{B\,(final)} = 2.52\ m/s \qquad \theta = -52.4°}$$

0.7 b) Determine se a colisão foi elástica ou inelástica. Justifique.

$$K_{antes} = \frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 25 = 12.5\ J$$

$$K_{depois} = \frac{1}{2}\left(m v_{Af}^2 + m v_{Bf}^2\right) = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \left(4^2 + 2.52^2\right) = 11.2\ J$$

$$K_{antes} \neq K_{depois}$$

☐ Elástica
☒ Inelástica

0.5 c) Encontre o vetor velocidade de centro de massa do sistema após a colisão.

Como momento é conservado $\Rightarrow \vec{v}_{cm}^{\,antes} = \vec{v}_{cm}^{\,depois}$

$$\vec{v}_{cm}^{\,antes} = \frac{m\,\vec{v}_A}{m+m} = \frac{\vec{v}_A}{2} = 2{,}5\,\hat{\imath}\ m/s$$

$$\Downarrow$$

$$\vec{v}_{cm}^{\,depois} = 2{,}5\,\hat{\imath}\ m/s$$

$$\boxed{\vec{V}_{CM} = (2{,}5\,\hat{\imath})\ m/s}$$