# PROVA G4 FIS 1004 – 5/12/2006

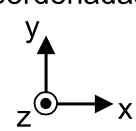
# MECÂNICA NEWTONIANA

NOME: Gabarito ________________________________ Nº: __________

TURMA: _______

| QUESTÃO | VALOR | GRAU | REVISÃO |
|---|---|---|---|
| 1 | 3,0 | 3,0 | |
| 2 | 3,0 | 3,0 | |
| 3 | 4,0 | 4,0 | |
| Total | 10,0 | 10,0 | |

Sistema de coordenadas




Dados:

$g = 10{,}0\ m/s^2 = 1000\ cm/s^2$

$\Delta \mathbf{v} = \mathbf{a}t$; $\Delta \mathbf{r} = \frac{1}{2}(\mathbf{v} + \mathbf{v}_0)\Delta t$; $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2}\mathbf{a}t^2$; $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta r$

($\mathbf{a}$ = constante)

$\Sigma\ \mathbf{F} = m\mathbf{a}$; $F_c = m\ v^2/r$;

$K = \frac{1}{2} m v^2$; $W = \int_i^f \mathrm{F}\cdot ds$; $W_c = -\Delta U$; $W_{mola} = \frac{1}{2} k x_i^2 - \frac{1}{2} k x_f^2$

$W_{total} = \Delta K$; $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$; $\mathbf{F}_{med} = \Delta \mathbf{P} / \Delta t$; $\sum \mathbf{F}_{ext} = M\mathbf{a}_{cm}$; $M\mathbf{v}_{cm} = \sum \mathbf{p}_i$;

$\mathbf{R}_{cm} = \Sigma\ m_i \mathbf{r}_i / \Sigma\ m_i$; $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$; $\Sigma\tau_{ext} = d\mathbf{L}/dt$; Col. elástica: $v_{1i} - v_{2i} = -(v_{1f} - v_{2f})$

$\tau = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$; $\Sigma\tau = I\alpha$; $I_{part.} = \Sigma\ m_i r_i^2$; $I_{disco,cm} = MR^2/2$; $a_t = \alpha r$; $v_t = \omega r$; $I_p = I_{cm} + Md^2$

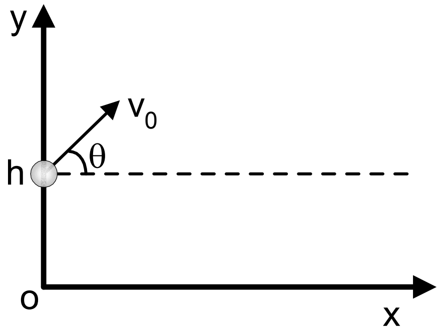
$\text{sen } 30^o = 1/2$; $\cos 30^o = \sqrt{3}/2$; $\text{sen } 60^o = \sqrt{3}/2$; $\cos 60^o = 1/2$

**A duração da prova é de 1 hora e 50 minutos.**

**As respostas sem justificativas não serão consideradas.**

**Esta prova tem 4 folhas, contando com a capa. Confira.**

**(1ª questão: 3,0 pontos)** Uma partícula pontual de massa m = 0,80 kg é lançada de uma altura h = 3,0 m acima do solo, com velocidade de módulo $v_0$ = 1,0 m/s que faz um ângulo $\theta = 60^o$ com a horizontal. São desprezíveis os efeitos do atrito.




a) Determine a altura máxima atingida pela partícula (mede-se a altura a partir do solo).

$y_{max}$ = 3,0 m

$0 = v_0 \text{ sen } \theta - g t_1 \Rightarrow t_1 = (v_0 \text{ sen } \theta) / g$

$y_{max} = h + v_0 \text{ sen } \theta \, t_1 + ½ \, g \, t_1^2 = h + (v_0 \text{ sen } \theta)^2 / 2g$

b) Determine a que distância da origem O a partícula atinge o solo.

x = 0,43 m

$0 = h + v_0 \text{ sen } \theta \, t_r - ½ \, g \, t_r^2$

$t_r = \{v_0 \text{ sen } \theta + [(v_0 \text{ sen } \theta)^2 + 2gh]^{1/2}\} / g = \sqrt{3}/2$ s

$x = v_0 \cos \theta \, t_r = \sqrt{3}/4$ m

c) Determine o vetor momento angular da partícula em relação à origem O no ponto em que ela volta a passar pela altura h depois do lançamento.

$L_O$ = 1,3 ($-\mathbf{k}$) kg m²/s

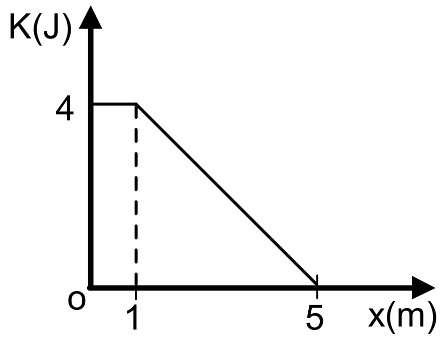
$t_h = 2 \, v_0 \text{ sen } \theta / g$

$\mathbf{r} = v_0 \cos \theta \, 2 \, v_0 \text{ sen } \theta / g \, \mathbf{i} + h \, \mathbf{j} = \sqrt{3}/20 \, \mathbf{i} + 3 \, \mathbf{j}$ m

$\mathbf{p} = m \, (v_0 \cos \theta \, \mathbf{i} - v_0 \text{ sen } \theta \, \mathbf{j}) = 0{,}80 \, (1/2 \, \mathbf{i} - \sqrt{3}/2 \, \mathbf{j})$ kg m/s

$\mathbf{L} = 0{,}8 \, (\sqrt{3}/20 \, \sqrt{3}/2 + 1/2 \; 3) \, (-\mathbf{k}) = 1{,}3 \, (-\mathbf{k})$ kg m²/s

**(2ª questão: 3,0 pontos)** Uma partícula de massa m = 0,50 kg parte da origem e desloca-se para a direita ao longo do eixo x numa região em que sua energia cinética varia com a posição da forma mostrada pelo gráfico.




a) Uma força atua sobre a partícula na direção x entre x =1,0 m e x = 5,0 m. Determine **F** (escreva em notação vetorial).

$\Delta K = \mathbf{F} \cdot \mathbf{d} \Rightarrow -4 = \mathbf{F} \cdot 4\,\mathbf{i} \Rightarrow \mathbf{F} = -1\,\mathbf{i}$ (N)

$\boxed{\mathbf{F} = -1{,}0\,\mathbf{i}\ (N)}$

b) Quanto tempo a partícula leva para percorrer a distância desde x = 0 até x = 5,0 m?

$t_1$ (x = 0 até 1) : $\frac{1}{2} m v^2 = 4$ J $\Rightarrow v = 4$ m/s

$t_1 = 1 / 4 = 0{,}25$ s

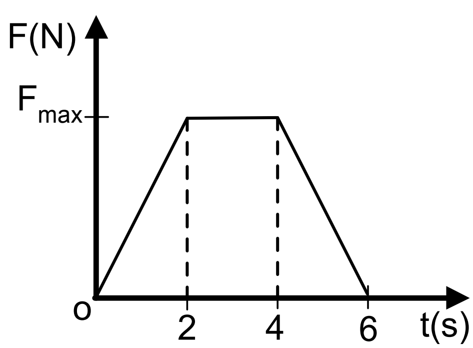
$t_2$ (x = 1 até 5) : $0 = 4 - 1/0{,}5\ t_2 \Rightarrow t_2 = 2$ s

$t = t_1 + t_2$

$\boxed{t = 2{,}3\ s}$

c) Uma partícula de massa <u>m</u> colide com uma parede. Sua velocidade inicial tinha módulo <u>v</u> e direção perpendicular à parede. A partícula volta sem perder velocidade e também perpendicularmente à parede. A força exercida durante o choque pela parede sobre a partícula varia com o tempo da forma mostrada pelo gráfico. Determine o valor máximo do módulo da força exercida pela parede durante a colisão. Resposta em função de <u>m</u> e <u>v</u>.

$\boxed{F_{max} = mv/2}$

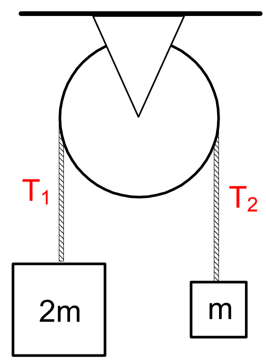



$F = dp/dt \Rightarrow \int F\,dt = \Delta \mathbf{P} = 2\,mv$

Área sob o gráfico = $4\,F_{max}$

$F_{max} = mv/2$

**(3ª questão: 4,0 pontos)** Dois blocos de massas m e 2m estão conectados por uma corda de massa desprezível que passa pela borda de um disco de massa desconhecida e raio R. Os blocos estão alinhados horizontalmente. O disco pode girar sem atrito em torno de um eixo horizontal que passa pelo seu centro de massa. A corda não desliza na borda do disco. O sistema é solto a partir do repouso. Utilize o sistema de coordenadas da capa da prova. As respostas devem ser fornecidas em função dos dados do problema (m, R, g, L).




a) Determine o valor da massa do disco para que o módulo da aceleração dos blocos seja igual a um décimo da aceleração da gravidade g.

M = 14m

$2m\,g - T_1 = 2m\,a$
$T_2 - mg = ma$
$T_1 R - T_2 R = MR^2/2\ a/R$

$2m\,g - mg = (2m + m + M/2)\,a \Rightarrow a = g/10 = mg / (3m + M/2) \Rightarrow M = 14m$

b) Determine o vetor torque que atua no disco em relação ao seu centro de massa.

$\tau = 7\,mgR/10\ \mathbf{k}$

$T_1 = 2m\,g - 2m\,a$
$T_2 = mg + ma$
$\tau = (T_1 R - T_2 R)\,\mathbf{k} \Rightarrow (18mgR/10 - 11mgR/10)\,\mathbf{k} = 7\,mgR/10\ \mathbf{k}$

c) Determine a variação da energia potencial gravitacional do sistema a partir da posição inicial até quando a distância vertical entre os blocos for igual a H.

$\Delta U_g = -2m\,g\,H/2 + m\,g\,H/2 = -\,mgH/2$

$\Delta U_g = -\,mgH/2$

d) Suponha agora que a massa do disco seja conhecida e igual a 7m e que os centros de massa dos 2 blocos estejam a uma distância vertical L abaixo do centro de massa do disco. Determine o vetor posição do centro de massa do sistema colocando a origem no centro de massa do disco.

$\mathbf{r}_{cm} = -R/10\ \mathbf{i} - 3L/10\ \mathbf{j}$

$x_{cm} = (-mR + mR) / 10\,m = -R/10$

$y_{cm} = (-2mL - mL) / 10\,m = -3L/10$