

PUC-RIO – CB-CTC

P3 DE ELETROMAGNETISMO – 15.06.11 – quarta-feira

Nome : \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

**NÃO SERÃO ACEITAS RESPOSTAS SEM JUSTIFICATIVAS  
E CÁLCULOS EXPLÍCITOS.**

**Não é permitido destacar folhas da prova**

Questão	Valor	Grau	Revisão
1ª Questão	3,5		
2ª Questão	3,5		
3ª Questão	3,0		
Total	10,0		

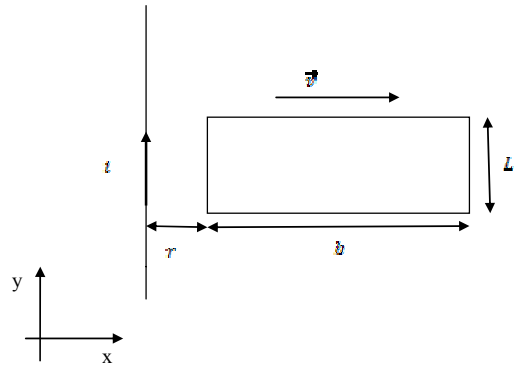
**A prova só poderá ser feita a lápis, caneta azul ou preta  
e NÃO é permitido o uso de calculadoras eletrônicas.**

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm} / \text{A}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \text{ para um fio infinito}$$

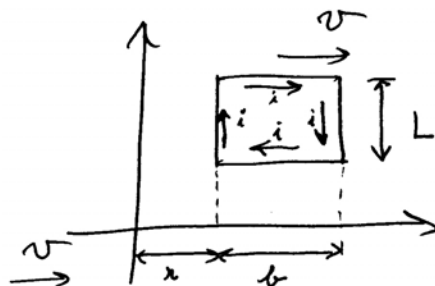
1ª Questão: (3.5)

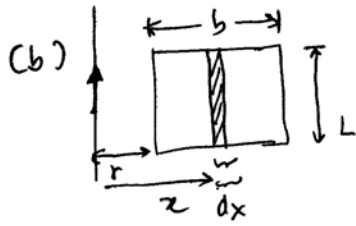
Uma espira retangular de lados  $b$  e  $L = 3,0$  m afasta-se com velocidade  $\vec{v} = v \hat{x}$  de um fio retilíneo muito longo, que transporta corrente contínua de intensidade  $i = 0,5$  A (figura ao lado).



- (a) (0.5) Qual é o sentido da corrente induzida na espira ? Justifique sem fazer contas explícitas.
- (b) (1.5) Sejam  $\phi_1$  e  $\phi_2$  os fluxos através da espira quando  $r = 1,0$  m e  $r = 2,0$  m, respectivamente. Sabendo que  $\frac{\phi_1}{\phi_2} = \frac{\ln 3}{\ln 2}$  determine o valor numérico de  $b$ . (Sugestão: encontre antes o fluxo magnético  $\phi$  em função de  $r$ ).
- (c) (1.0) Determine a f.e.m. induzida na espira (literal em função dos dados).
- (d) (0.5) Quando  $r = 3,0$  m esta f.e.m. é igual a  $2,0 \mu\text{V}$ . Determine (numericamente) a velocidade com que a espira se afasta do fio.

(a) O módulo para o campo magnético criado por um fio muito longo  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ . Portanto, à medida que a espira se afasta do fio, o fluxo magnético através da espira decresce (área da espira constante, mas campo magnético cada vez menor). De acordo com a lei de Lenz a corrente induzida criará um campo magnético se oporá a essa variação do fluxo magnético. Portanto a corrente induzida será no sentido horário





$$d\Phi = B \cdot dA$$

$$d\Phi = \left( \frac{\mu_0 I}{2\pi x} \right) \cdot (L dx) = \frac{\mu_0 I L}{2\pi} \frac{dx}{x}$$

$$\Phi = \frac{\mu_0 I L}{2\pi} \int_r^{r+b} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 I L}{2\pi} \ln \left( \frac{r+b}{r} \right)$$

onde  $r = r(t) = v \cdot t$

$$r = 1,0 \text{ m} \Rightarrow \Phi(r=1) = \frac{\mu_0 I L}{2\pi} \ln \left( \frac{1+b}{1} \right) \quad \ln 1 = 0$$

$$r = 2,0 \text{ m} \Rightarrow \Phi(r=2) = \frac{\mu_0 I L}{2\pi} \ln \left( \frac{2+b}{2} \right)$$

$$\frac{\Phi(r=1)}{\Phi(r=2)} = \frac{\ln(1+b)}{\ln\left(\frac{2+b}{2}\right)} = \frac{\ln 3}{\ln 2} \Rightarrow \boxed{b = 2 \text{ m}}$$

$$(c) \quad \mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad \Phi = \frac{\mu_0 I L}{2\pi} \ln \left( \frac{r+b}{r} \right) = \frac{\mu_0 I L}{2\pi} [\ln(r+b) - \ln r]$$

$$\mathcal{E} = -\frac{\mu_0 I L}{2\pi} \left( \frac{dr}{dt} \right) \left[ \frac{1}{r+b} - \frac{1}{r} \right]$$

$$\boxed{|\mathcal{E}| = \frac{\mu_0 I L v}{2\pi} \frac{b}{r(r+b)}}$$

$$(d) \quad r = 3 \text{ m} \Rightarrow \mathcal{E} = 2 \mu \text{ V}$$

Usando fórmula anterior

$$(2 \times 10^{-6}) = \frac{2}{2} \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{0,5 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot (3+2)} v$$

$$\frac{2}{2} \frac{\mu_0}{2\pi} = \frac{2\mu_0}{4\pi} = 2 \times 10^{-7}$$

$$(2 \times 10^{-6}) = (2 \times 10^{-7}) \frac{3}{3 \cdot 5} v$$

$$\frac{10 \times 10^{-6}}{2 \times 10^{-7}} = v \therefore \boxed{v = 50 \text{ m/s}}$$

**2ª Questão: (3.5)**

O circuito da Figura 1 é parte de um oscilador eletrônico que deve atender às especificações abaixo:

1. Frequência de oscilação igual a 1,5 MHz.
2. Amplitude da d.d.p. entre os pontos **a** e **b** igual a 10 V.
3. Indutor tipo solenóide (Figura 2) de comprimento 2,7 cm e raio da seção de 1 cm.
4.  $C = 3 \times 10^{-12}$  F

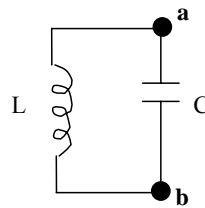


Figura 1

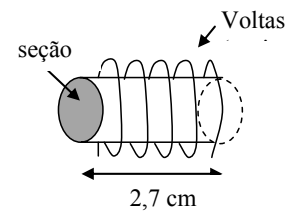


Figura 2

Com estes dados :

- (1.0) Calcule o número de voltas (espiras) do solenóide (considere  $\pi^2 = 10$  e  $L = \frac{\mu_0 N^2 A}{l}$ ).
- (0.5) Determine a carga máxima do capacitor.
- (0.5) Determine a amplitude da corrente no indutor.
- (1.0) Se o dielétrico do capacitor for substituído por outro de constante dielétrica 100 vezes maior recalcule os itens a, b e c para que se mantenham as especificações 1, 2 e 3.
- (0.5) Considerando que o indutor L possui uma resistência interna R desenhe o gráfico da amplitude de  $V_a - V_b$  em função do tempo.

**SOLUÇÃO**

a)  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 2\pi \times 1,5 \times 10^6$  e  $C = 3 \times 10^{-12} \Rightarrow L = 1/270 \text{ H} = \mu_0 N^2 A / l$

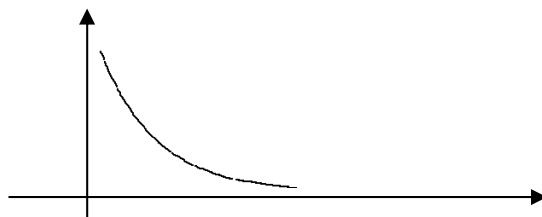
$A = \pi \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$  ;  $l = 2,7 \times 10^{-2} \text{ m}$  e  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \Rightarrow \mathbf{N = 500 \text{ espiras}}$

b)  $V_C \text{ máxima} = 10 \text{ V} \Rightarrow \mathbf{Q_{max} = 10 \text{ C} = 3 \times 10^{-11} \text{ C}}$

c) energia máxima armazenada em C :  $U_{C_{max}} = \frac{1}{2} (V_{C_{max}})^2 C = 1,5 \times 10^{-10} \text{ J}$   
 energia máxima armazenada em L:  $U_L = \frac{1}{2} L (i_{max})^2 = U_{C_{Max}} \Rightarrow \mathbf{i_{max} = 0,09\sqrt{10} \text{ mA}}$

d) constante dielétrica 100 x maior  $\Rightarrow C' = 100 C = 3 \times 10^{-10} \text{ F} \Rightarrow L' = L/100 \Rightarrow \mathbf{N = 50 \text{ espiras}}$   
 $\mathbf{Q_{max} = 10 \text{ C}' = 3 \times 10^{-9} \text{ C} \Rightarrow i_{max} = 9\sqrt{10} \text{ mA}}$

e) amplitude  $\mathbf{a(t) = 10 e^{-\gamma t} \text{ volts}} \Rightarrow \mathbf{\text{gráfico tipo exponencial decrescente}}$



**3ª Questão: (3.0)**

Um circuito RLC série com  $R = 400 \Omega$ ,  $L = 0,500 \text{ H}$  e  $C = 1,25 \mu\text{F}$  é alimentado por uma fonte alternada  $\varepsilon = 200 \text{ sen}(1000 t) \text{ [V]}$ .

- (a) **(1.5)** Desenhe em escala o diagrama dos fasores do circuito. Determine o ângulo de fase entre a tensão e a corrente e o valor da amplitude da corrente. A corrente está atrasada ou adiantada em relação à tensão?
- (b) **(0.5)** Calcule o valor da potência média fornecida pela fonte e a potência média dissipada na resistência.
- (c) **(1.0)** Qual deveria ser a frequência angular da fonte para que a amplitude da corrente fosse a maior possível? Qual é este valor de corrente?

Dados:  $\text{tg}(-\alpha) = -\text{tg}(\alpha)$

$\alpha$	$\text{arctg}(\alpha)$
0,00	$0,000\pi$
0,25	$0,078\pi$
0,50	$0,148\pi$
0,58	$0,167\pi$
0,75	$0,205\pi$
1,00	$0,250\pi$
1,25	$0,286\pi$
1,50	$0,313\pi$
1,73	$0,333\pi$
1,75	$0,335\pi$
2	$0,354\pi$
$\infty$	$0,500\pi$

**SOLUÇÃO**

a)  $\Phi = \text{arctg}[(X_L - X_C)/R] = \text{arctg}[(\omega L - 1/\omega C)/R]$

$\Phi = \text{arctg}[(500 - 800)/400] = \text{arctg}(-0,75)$

$\Phi = -\text{arctg}(0,75) = -0,205\pi$ .

A corrente está adiantada em relação à tensão da fonte.

$Z^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2 = 400^2 + (500 - 800)^2 = 500^2$   
 $Z = 500 \Omega$

$I_m = \varepsilon_m / Z \quad I_m = 200/500 \quad I_m = 0,4 \text{ A}$

b)  $P_{\text{fornec.}} = P_{\text{diss.}} = \frac{1}{2} R I_m^2 = 200 \times 0,4^2 = 32 \text{ W}$

c)  $\omega_o = 1/\sqrt{LC} = 1/\sqrt{(0,5 \times 1,25 \cdot 10^{-6})} = 400\sqrt{10} = 1.264,91 \text{ rad/s}$

Neste caso  $X_L = X_C$  e  $Z = R = 400 \Omega$

$I_m = \varepsilon_m / R \quad I_m = 0,5 \text{ A}$

