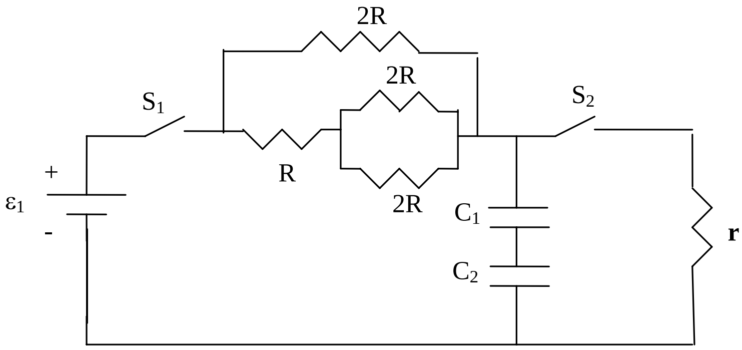
1ª Questão: (3.5)

No circuito abaixo tem-se ε_1= 10V, R =1,0 KΩ , r = 10 KΩ .e $C_1 = C_2 = 2\ x10^{-6}$ F são capacitores inicialmente descarregados, e de placas paralelas no vácuo.



Considere que o circuito tem as seguintes fases sucessivas:

- **fase 1** : a chave S_1 é fechada e S_2 permanece aberta durante muito tempo.
- **fase 2**: a chave S_1 é aberta, S_2 permanece aberta sendo inserido um dielétrico no capacitor C_2 de constante dielétrica igual a 2 e em C_1 a separação original das placas é reduzida pela metade.
- **fase 3**: a chave S_1 permanece aberta e S_2 é fechada durante longo tempo.

Determine:

a) a corrente máxima na chave S_1 durante a fase 1. Justifique

b) a carga armazenada em cada capacitor no final da fase 1.

c) a d.d.p. em C_1 e C_2 no final da fase 1. Justifique.

d) A corrente elétrica em função do tempo na chave S_1 durante a fase 1.

e) A energia total fornecida pela bateria no final da fase 1.

f) O sentido e a intensidade da corrente em **r** no início da fase 3. Justifique.

g) A corrente em **r** em função do tempo durante a fase 3.

h) A energia consumida pelo resistor **r** na fase 3.

SOLUÇÃO

a) R_{eq} = R = 1 KΩ
início da fase 1: C_1 e C_2 sem carga (equivalente a um " curto") ⇒ corrente máxima em S_1 = **$(\varepsilon_1 + \varepsilon_1) / R_{eq}$ = 12/1=12 mA.**

b) C_1 e C_2 em série ⇒ **$C_{eq} = 10^{-6}$ F** ; final da fase 1 com C_1 e C_2 plenamente carregados **em série** ⇒ **$q1 = q2 = q_{equivalente} = (\varepsilon_1 + \varepsilon_1)\ Ceq = 12x10^{-6}$ C**

c) final da fase1 ⇒**$V_{C1}=q1/C_1$ = 6 V e $V_{C2}=q2/C_2$ = 6 V**

d) **$i(t) = 12\, e^{-t/R_{eq}C_{eq}}$ mA ; R_{eq}= 1 KΩ e R_{eq} Ceq = 10^{-3} s**

e) $U = \int_0^\infty (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)\, i(t)\, dt = \int_0^\infty 12x12\,x10^{-3} e^{-1000\,t} dt =$ **144 x 10^{-6} J**

f) **final da fase 2:**

dielétrico em C_2 $\Rightarrow$ C_2'= $2C_2$ = 4x10^{-6} F $\Rightarrow$ V_{C2}' =q2/C_2' = 12x10^{-6} / 4x10^{-6} = 3 V

metade da distância das placas de C_1 $\Rightarrow$$C_1$' = $2C_1$ = 4x10^{-6} F $\Rightarrow$ V_{C1}' =q1/C_1' = 3 V

início da fase 3: **i = (V_{C1}' + V_{C2}') / r = (3 + 3) / 10 = 0, 6 mA e sentido horário.**

g) fase 3: descarregamento de C_1 e C_2 (em série) modificados através de **r :**

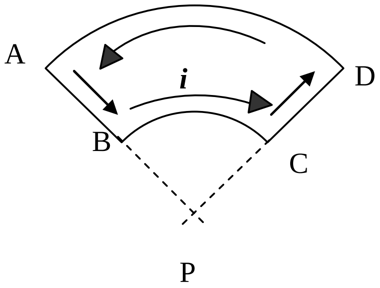
i(t) = 0,6 $e^{-t/rC_{eq}'}$ **mA ;** C_{eq}' = 2 x 10^{-6} F e **r C_{eq}' = 0,02 s**

h) energia consumida pelo resistor r =energia total armazenada em C_1 e C_2 no início da fase 3 = ½ **C_1' (V_{C1}')^2 + ½ C_2' (V_{C2}')^2 = 36 x 10^{-6} J**

2ª Questão: (3.0)

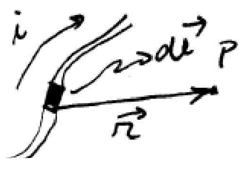
Considere o circuito mostrado na figura ao lado. Uma corrente de intensidade ***i*** flui no sentido ABCD. O ângulo entre os segmentos AP e DP é de 90 graus. As distâncias AB, CD, BP e CP valem todas R.

Responda as questões abaixo <u>usando a lei de Biot e Savart</u>:



a) (**1.0**) Calcule a contribuição dos trechos AB e CD para o campo magnético no ponto P. Justifique os seus cálculos e afirmações.
b) (**1.5**) Calcule a contribuição dos trechos BC e AD para o campo magnético no ponto P.
c) (**0.5**) Calcule o campo magnético total no ponto P.

Para aplicarmos a lei de Biot e Savart é necessário considerar um pequeno segmento $d\vec{l}$ do condutor por onde flui a corrente. A direção de $d\vec{l}$ é a mesma da corrente I. Também é necessário considerar o vetor posição $\vec{r}$ do ponto no espaço onde desejamos calcular o campo magnético em relação à posição do segmento $d\vec{l}$. De acordo com a lei de Biot e Savart o campo magnético produzido em um ponto P é dado por



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\, d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

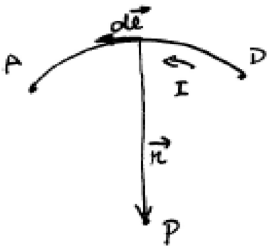
(a) Observando a figura vemos que para qualquer segmento $d\vec{l}$ tomado nos trechos AB e DC teremos o vetor $\vec{r}$ sendo perpendicular a esse segmento. Portanto $d\vec{l} \times \vec{r} = 0$ e

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i\, d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} = 0$$

Portanto, a corrente fluindo em AB e CD não contribuem para o campo magnético total no ponto P.

-01-

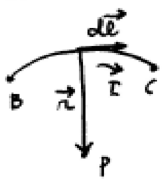
(b) <u>Trecho DA</u>



O produto $d\vec{l} \times \vec{r}$ é perpendicular ao plano do papel apontando para fora.

⊙

<u>Trubo BC</u>



O produto $d\vec{l} \times \vec{r}$ é perpendicular ao plano do papel apontando para dentro ~~do pa~~

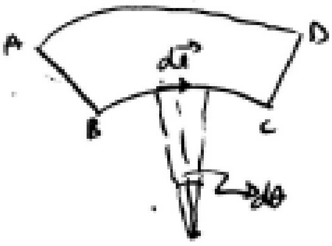
⊗

Portanto, as correntes fluindo nos trechos DA e BC produzem campo no P que possuem direções opostas.

(c) Tanto nos trechos BC quanto DA $d\vec{l}$ e $\vec{r}$ são perpendiculares. E o módulo do vetor $\vec{r}$ não muda nos dois casos. Porém o trecho DA está a uma distância 2R do ponto P, enquanto BC está a uma distância R. Convencionaremos que o versor $\hat{k}$ é perpendicular ao plano do plano apontando para fora.

Campo produzido pela corrente no trecho BC

$$\begin{cases} d\vec{B}_{BC} = -\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{I\,dl}{R^2}\,\hat{k} \\ dl = R \cdot d\theta \end{cases}$$



$$\vec{B}_{BC} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_0^{\pi/2}\frac{\cancel{R}\,d\theta}{R^{\cancel{2}}}\,\hat{k}$$

$$\vec{B}_{BC} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi R}\,\frac{\pi}{2}\,\hat{k}$$

$$\boxed{\vec{B}_{BC} = -\frac{\mu_0 I}{8R}\,\hat{k}}$$

Campo produzido pela corrente no trecho DA

$$\begin{cases} d\vec{B}_{DA} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{I\,dl}{(2R)^2}\,\hat{k} \\ dl = (2R)\cdot d\theta \end{cases}$$

$$\vec{B}_{DA} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_0^{\pi/2}\frac{\cancel{(2R)}\,d\theta}{(2R)^2}\,\hat{k}$$

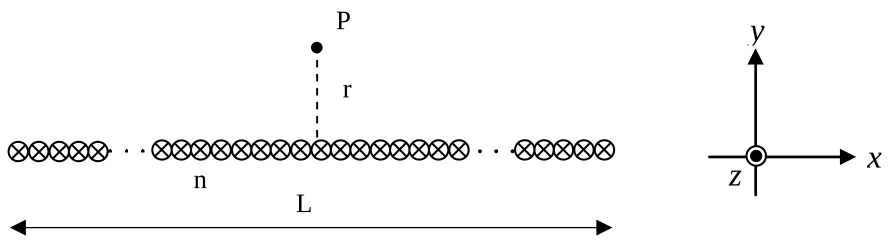
$$\boxed{\vec{B}_{DA} = \frac{\mu_0 I}{16R}\,\hat{k}}$$

$$\vec{B}_{Total} = \vec{B}_{BC} + \vec{B}_{DA} = \left(-\frac{\mu_0 I}{8R} + \frac{\mu_0 I}{16R}\right)\hat{k} = -\frac{\mu_0 I}{16R}\,\hat{k}$$

$$\boxed{\vec{B} = -\frac{\mu_0 I}{16R}\,\hat{k}}$$

3ª Questão: (3.5)

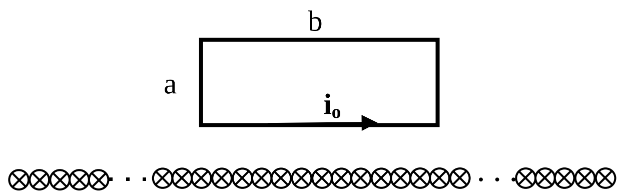
Considere uma fileira de **N** fios retilíneos adjacentes muito longos, cada um deles percorrido por uma corrente ***i.*** A fileira de fios está na direção **z** , como mostra a figura. O comprimento da fileira é L com L >>> d.



(a) (**0.5**) Desenhe a **direção** e o **sentido** do campo magnético no ponto P genérico a uma distância r da fileira devido ao fio "n" indicado na figura. Em seguida, utilizando argumentos de simetria, determine a **direção** e o **sentido** do campo magnético total em P gerado pela fileira.

(b) (**1.0**) A partir da Lei de Ampère, mostre que o módulo do campo magnético em P vale $B = \frac{1}{2}\mu_0 \, i \left(\frac{N}{L}\right)$

Considere agora que uma espira retangular, de lados "a" e "b" conduzindo uma corrente $\mathbf{i_o}$ no sentido horário, é colocada conforme a figura.

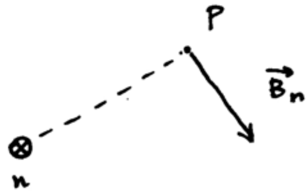


(c) (**0.8**) Determine a força magnética resultante (em módulo, direção e sentido) sobre a espira. Justifique.

(d) (**0.7**) Determine o vetor torque magnético (em módulo, direção e sentido) sobre a espira.

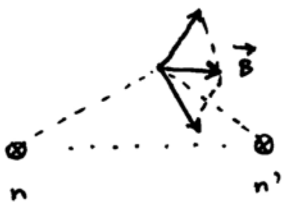
SOLUÇÃO

(a) Usando a regra da mão direita, obtemos a direção e o sentido do campo em P devido ao fio "n" :



(0.5)

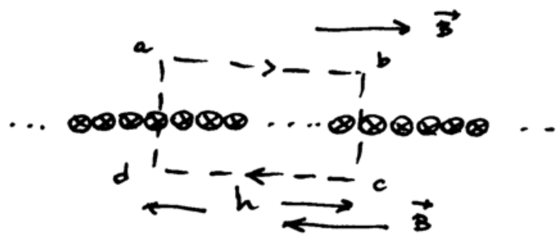
O campo total em P é dado pela soma (vetorial) dos campos gerados por cada fio. Observe que, para cada fio "n", existe um fio simétrico "n'" cujo campo tem componente y de sinal contrário.



(0.5)

Logo o campo resultante tem direção horizontal e sentido da esq. para a direita ($+\hat{x}$).

(b) considere o circuito amperiano abaixo:



(observe que o campo na parte abaixo da fileira tem sentido contrário)

Pela Lei de Ampère,

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{d\ell} = \mu_0 \cdot I$$

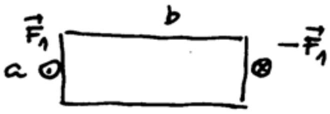
onde $I = \left(\frac{N}{L}\right) \cdot h\, i$ e

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{d\ell} = \underbrace{B.h}_{\text{trecho ab}} + \underbrace{0}_{\text{trecho bc}} + \underbrace{B.h}_{\text{trecho cd}} + \underbrace{0}_{\text{trecho da}} = 2Bh$$

logo

$$2Bh = \mu_0 \left(\frac{N}{L}\right) h\, i \quad \Rightarrow \quad B = \frac{1}{2} \mu_0 i \left(\frac{N}{L}\right) \qquad (1.0)$$

(c) observe que a força nos lados "b" da espira é nula, pois $\vec{L} \parallel \vec{B}$. Além disso, nos lados "a", as forças possuem mesmo módulo e direção (eixo z), porém sentidos contrários.



logo as forças se anulam e a força resultante é zero. (0.8)

(d) Temos $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ onde $\vec{\mu} = i_0 (ab) \hat{z}$ e

$$\vec{B} = \frac{1}{2} \mu_0 i \left(\frac{N}{L}\right) \hat{x}$$

$$\therefore \quad \vec{\tau} = \frac{1}{2} \mu_0 i\, i_0\, ab \left(\frac{N}{L}\right) \hat{y} \qquad (0.7)$$