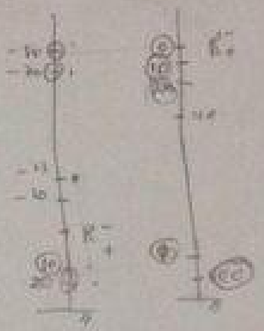
$\sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$ $x'(t) = 6,0$

1ª Questão

Marina e Caio observam em laboratório o movimento de uma caçamba que oscila livremente em trajetória vertical. Ambos tomam medidas de coordenada de posição para 6 *instantes de tempo*. Porém, apenas 4 *instantes de tempo* registrados por Marina e Caio coincidem.

Os dois primeiros instantes registrados por Marina e Caio correspondem aos dois primeiros extremos do movimento oscilante da caçamba.

Foram as seguintes, as anotações de Marina e Caio. Embora tratando-se de amostragem eles usam os símbolos s e y.



Marina:

t(s)	0	T/2 (1,5)	2,1	3	4,5	4,9
s(cm)	-80 (1° extremo)	20 (2°)	-10	-70	10	-13

Caio:

t(s)	0	1,5	2,6	3	4,5	2T (6s)
y(cm)	0 (1° extremo)	100 (2°)	40	10	90	20

A referência **R** de Marina está 30 cm acima do chão.

a)Analisando os dados de Marina e Caio, indique na **FIG.1** as posições das referências **R** (Marina) e **R**´(Caio), bem como as respectivas convenções de sinal. Explique seu raciocínio. Ele deve conter todas as informações necessárias para sua conclusão. A escala é arbitrária mas deve reproduzir qualitativamente as posições relativas indicadas.

Explicação:

Se a referência de Marina está a 30 cm do chão e a posição da caçamba em t=0s está a 80 cm de Marina, a caçamba está acima de Marina. Como s(t=0s) = -80 cm, a convenção de sinal de R é negativo para as coordenadas de posição acima de Marina e positiva para as coordenadas entre Marina e o chão.
Como Caio e Marina observam o mesmo movimento, e a coordenada y(t=0s) = 0 cm, significa que R' está a 110 cm do chão (80 cm + 30 cm). E como a posição da caçamba em t=1,5s está a 10 cm do chão, de acordo com a amostragem, e a 100 cm de Caio, sendo y(t=1,5s) = 100 cm, a convenção de sinal de R' é positiva para as coordenadas de posição do chão até Caio e negativa para as coordenadas de posição acima de Caio.

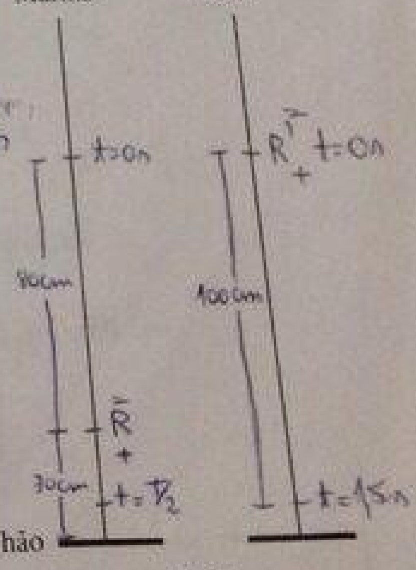


FIG.1

$\sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$

$x'(t) = 6,0$

$x'(0) = 6,0$

b)Qual é o período das oscilações?

O período é igual a 3s, é quando a caçamba retorna a posição mais próxima do inicial, ou seja, faz uma oscilação completa.

c) Levando em conta as anotações de Marina e Caio, complete a tabela abaixo de forma que apenas os extremos do movimento oscilatório estejam representados.

Referências com convenção de sinais iguais:

$s(t) - y(t) = SR'$

t(s)	s(cm)	y(cm)
0	-80	0
1,5	20	100
3	-70	10
4,5	10	90
6	—	20

d) Segundo as anotações de Marina e Caio, qual foi o módulo do deslocamento da caçamba entre t=2,1s e t=2,6s? Explique abaixo sua resposta usando uma figura.

$s(t=2,1s) = -10\ cm$

$y(t=2,6s) = 40\ cm$

$s(t=2,6s) = ?$

$s(t) - y(t) = sR'$

$s(t) - y(t) = -80$

$s(t=2,6s) - y(t=2,6s) = -80$

$s(t=2,6s) = -80 + 40$

$s(t=2,6s) = -40\ cm$

$|\Delta S| = |s(t=2,6s) - s(t=2,1s)|$

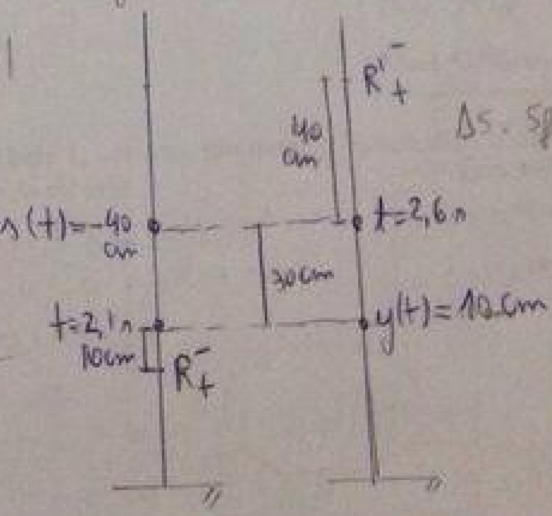
$|\Delta S| = |-40-(-10)|$

$|\Delta S| = |-40+10|$

$|\Delta S| = |-30|$

$|\Delta S| = 30\ cm$

$\Delta S = S_f - S_i$



Resposta: $|\Delta S_{2,1s-2,6s}| = 30\ cm$

$\sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$

$x'(t) = 6{,}0$

$s'(0) = 6m$

2ª Questão

Um objeto move-se em uma pista retilínea e seu movimento foi estudado por um observador. A **Tabela 1** mostra a coordenada de posição s_{exp} ao longo do tempo, medida por esse observador.

t (s)	s_{exp} (m)
$t_1 = 0$	- 6,00
$t_2 = 2$	0,00
$t_3 = 4$	+ 6,00
$t_4 = 8$	+ 9,00
$t_5 = 12$	+ 6,00
$t_6 = 14$	+ 1,00
$t_7 = 16$	- 10,00

Tabela 1

0,4

a)De acordo com a amostragem da **Tabela 1**, qual a distância total percorrida D_T desde t_1 até t_7? E qual a distância máxima D_{max} que o objeto atingiu em relação ao observador? **Sugestão**: use a reta suporte, o ponto **R** e as convenções mostradas abaixo, para facilitar a solução.

7 4m 1 6m 2 6 5m 5 3 3m 4

- R +

1–2 2–3 3–4 4–5 5–6 6–7

$D_T = 6 + 6 + 3 + 3 + 5 + 11$

$D_T = 34m$

$D_T = 34\,m$

$D_{max} = 10\,m$

0,3

b)Utilizando o 1º, 3º e 6º valores da **Tabela 1**, construa um modelo matemático quadrático para a função s(t). Indique a região de validade do modelo.

1º) $s_{exp}(t=0s) = -6{,}00m$

3º) $s_{exp}(t=4s) = +6{,}00m$

6º) $s_{exp}(t=14s) = +1{,}00m$

$s(t) = a + bt + ct^2$

$-6 = a + b.0 + c.0^2$

$a = -6m$

$s(t) = a + bt + ct^2$

$-6 + b4 + c16 = 6$

$-6 + b14 + c196 =$

$(-0{,}25).16) = 6$

Tabela 1 mostra a coordenada de posição s_{exp} ao longo do tempo, ...

t (s)	s_{exp} (m)
$t_1 = 0$	- 6,00
$t_2 = 2$	0,00
$t_3 = 4$	+ 6,00
$t_4 = 8$	+ 9,00
$t_5 = 12$	+ 6,00
$t_6 = 14$	$\boxed{+ 1,00}$
$t_7 = 16$	- 10,00

Tabela 1

a)De acordo com a amostragem da **Tabela 1**, qual a distância total percorrida $\mathbf{D_T}$ desde t_1 até t_7? E qual a distância máxima $\mathbf{D_{max}}$ que o objeto atingiu em relação ao observador? **Sugestão**: use a reta suporte, o ponto **R** e as convenções mostradas abaixo, para facilitar a solução.

\- R +

$$D_T = \overset{1-2}{6} + \overset{2-3}{6} + \overset{3-4}{3} + \overset{4-5}{3} + \overset{5-6}{5} + \overset{6-7}{11}$$

$$D_T = 34\,m$$

$\mathbf{D_T}$ = 34 m

$\mathbf{D_{max}}$ = 10 m

b)Utilizando o 1°, 3° e 6° valores da **Tabela 1**, construa um modelo matemático quadrático para a função s(t). Indique a região de validade do modelo.

1°) $s_{exp}(t = 0s) = -6,00\,m$

3°) $s_{exp}(t = 4s) = +6,00\,m$

6°) $s_{exp}(t = 14s) = +1,00\,m$

$$s(t) = a + bt + ct^2$$
$$-6 = a + b \cdot 0 + c \cdot 0^2$$
$$a = -6\,m$$

$$s(t) = a + bt + ct^2$$
$$\begin{cases} -6 + b4 + c16 = 6 & \cdot(-7) \\ -6 + b14 + c196 = 1 & \cdot(2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 42 - \cancel{28b} - 112c = -42 \\ -12 + \cancel{28b} + 392c = 2 \end{cases}$$

$$30 + 280c = -40$$
$$280c = -40 - 30$$
$$280c = -70$$
$$c = \frac{-70}{280} = -0,25\,m/s^2$$

$$-6 + b \cdot 4 + (-0,25) \cdot 16 = 6$$
$$-6 + 4b - 1,5 = 6$$

?

$$4b = 6 + 6 + 1,5$$
$$4b = 13,5$$
$$b = \frac{13,5}{4} = 3,38\,m/s$$

$$s(t) = -6 + 3,38t - 0,25t^2 \quad (m, s)$$

$$0s \leqslant t \leqslant 14s$$

Resposta: 11 m

Justificativa:

0,0

d)Considere agora um terceiro carro, **C**, que em t=0 passa por **R** com velocidade 28m/s, positiva pela convenção de **R**. A velocidade deste carro varia linearmente com o tempo e ele para 7s depois de passar por **R**. Em algum instante os carros **B** e **C** estarão emparelhados? Em caso negativo, justifique sua resposta. Em caso afirmativo, determine este instante de tempo.

+R -

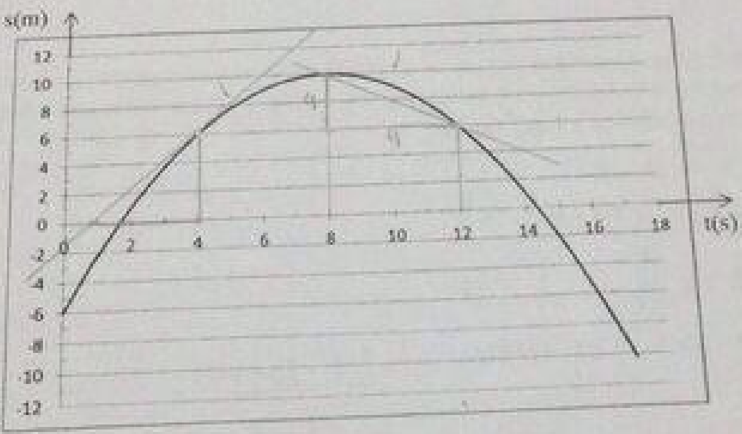
V(B)=28 m/s

Resposta:

Justificativa:

$s(t) = -6 + 3,38t - 0,25\,t^2$ (m, s)
validade de s(t): $0\,s \leq t \leq 14\,s$

c)Abaixo mostramos o gráfico da função s(t). Obtenha graficamente a velocidade instantânea em t= 4s e a velocidade média entre t=8s e t=12s. Mostre no gráfico de s(t) como obteve os resultados.



$V(4s) = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$

$V(4s) = \dfrac{6-0}{4-0,9} = \dfrac{6}{3,1} = 1,94\,m/s$

$\bar{V} = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{\Delta S}{\Delta t} = \dfrac{6-10}{12-8} = \dfrac{-4}{4} = -1\,m/s$

v(4s) = 1,94 m/s

$\bar{v}_M$ = −1 m/s

$x'(t) = 6{,}0$

d)Determine a função v(t) que fornece a velocidade instantânea do objeto, segundo o modelo; faça abaixo um gráfico simplificado de v(t). Indique os valores da velocidade inicial e final.

0,1

$V(t=0s) = 3{,}38 - 0{,}5 \cdot 0$

$V(t=0s) = 3{,}38\ m/s$

$V(t=14s) = 3{,}38 - 0{,}5 \cdot 14$

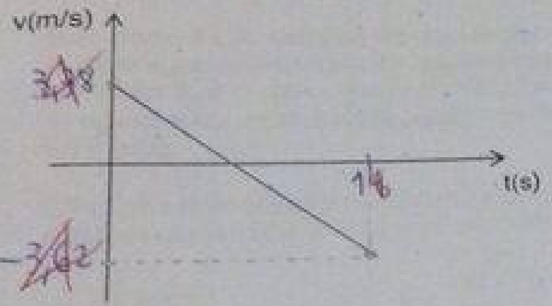
$V(t=14s) = 3{,}38 - 7$

$V(t=14s) = -3{,}62\ m/s$

$s(t) = -6 + 3{,}38t - 0{,}25t^2$

$V(t) = 3{,}38t^{1-1} - 2 \cdot 0{,}25t^{2-1}$

$V(t) = 3{,}38 - 0{,}5t$



v(t) = 3,38 $-0{,}5t$ (m/s)

validade de v(t): $0s \leq t \leq 14s$

e)De acordo com o modelo, para que instante de tempo t_j, a velocidade média entre 2s e t_j é igual à velocidade instantânea em 3s? Explique por que apenas uma das soluções encontradas tem sentido físico.

$t_j = t + \Delta t$

$V(t) = \lim_{\Delta t \to 0s} \bar{V}$

$t_i = 2s$

$t_f = 2 + \Delta t$

$s_i = -6 + 3{,}38 \cdot 2 - 0{,}25(2)^2$

$s_i = -6 + 6{,}76 - 1$

$s_i = -0{,}24\ m$

$s_f = -6 + 3{,}38(2+\Delta t) - 0{,}25(2+\Delta t)^2$

$4 + 4\Delta t + \Delta t^2$

$s_f = -6 + 6{,}76 + 3{,}38\Delta t - 1 - \Delta t - 0{,}25\Delta t^2$

$s_f = -0{,}24 + 2{,}38\Delta t - 0{,}25\Delta t^2$

$\bar{V} = \dfrac{(-0{,}24 + 2{,}38\Delta t - 0{,}25\Delta t^2) - (-0{,}24)}{2 + \Delta t - 2}$

$\bar{V} = \dfrac{2{,}38\Delta t - 0{,}25\Delta t^2}{\Delta t}$

$\bar{V} = 2{,}38 - 0{,}25\Delta t$

$V(t) = \lim_{\Delta t \to 0} 2{,}38 - 0{,}25\Delta t$

t_j =

Explicação:

3ª Questão

Numa estrada retilínea dois observadores estabelecem suas referências:

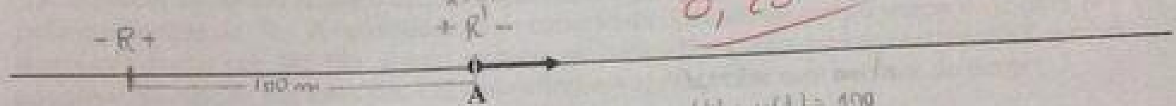
O observador **1** estabelece a referência **R** e uma convenção de sinais. Seja s a coordenada de posição referente a este observador.

O observador **2** estabelece a referência **R'**, cuja coordenada de posição em relação a **R** é $s_{R'}$ = 100m. Ele escolhe uma convenção de sinais oposta à do observador **1**. Seja y a coordenada de posição referente a este observador. $s(t) + y(t) = s_{R'}$ / $s(t) + y(t) = 100\,m$

Dois carros, **A** e **B**, trafegam por esta estrada. No instante t = 0 o carro **A** passa pelo marco zero da estrada, que coincide com **R'**. Sua coordenada de posição em função do tempo, dada pelo observador **2**, é $y_A(t) = -20\,t$ (m,s). No mesmo instante, em outro ponto da estrada, o carro **B** parte do repouso e sua coordenada de posição em função do tempo, dada pelo observador **1** é $s_B(t) = 78 + 2\,t^2$ (m,s).

a)Na figura estão indicadas a linha da estrada e a posição e velocidade iniciais do carro **A**. Marque as referências **R** e **R´** e indique as respectivas convenções de sinal. **Escala 1cm:20m.**

0,20



$V(0) = -20\,m/s$
$y(t=0s) = 0\,m$

$s(t) + y(t) = 100$
$s(t) + 0 = 100\,m$

0,5

b)Decorridos 5s, qual terá sido a distância percorrida pelo carro **B**?

$s_B(t=0s) = 78 + 2\cdot 0^2$
$s_B(t=0s) = 78\,m$
$s_B(t=5s) = 78 + 2\cdot 5^2$
$s_B(t=5s) = 78 + 2\cdot 25$
$s_B(t=5s) = 128\,m$

$D = |78 - 128|$
$D = |-50|$
$D = 50\,m$

Resposta: 50 m

0,9

c)Em algum instante estes carros estarão emparelhados? Em caso negativo, justifique sua resposta. Em caso afirmativo, determine este instante de tempo.

$V_a(t) = -20\,m/s$
$V_B(t) = 2\cdot 2\cdot t^{2-1}$
$V_B(t) = 4t$ (m,s)

$y_A(t) + s_A(t) = 100$
$-20t + s_A t = 100$
$s_A(t) = 100 + 20t$ (m,s)

$s_A(t) = s_B(t)$

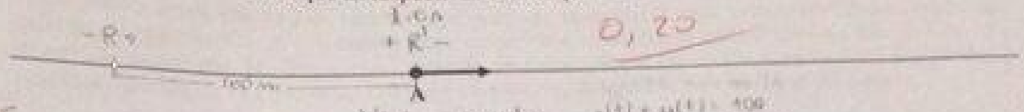
O observador **2** estabelece a referência **R'**, cuja coordenada de posição em relação a **R** é $s_{R'}$ = 100m. Ele escolhe uma convenção de sinais oposta à do observador **1**. Seja y a coordenada de posição referente a este observador.

$s(t) + y(t) = SR'$ / $s(t) + y(t) = 100m$

Dois carros, **A** e **B**, trafegam por esta estrada. No instante $t = 0$ o carro **A** passa pelo marco zero da estrada, que coincide com **R'**. Sua coordenada de posição em função do tempo, dada pelo observador **2**, é $y_A(t) = -20\,t$ (m,s). No mesmo instante, em outro ponto da estrada, o carro **B** parte do repouso e sua coordenada de posição em função do tempo, dada pelo observador **1** é $s_B(t) = 78 + 2t^2$ (m,s).

a)Na figura estão indicadas a linha da estrada e a posição e velocidade iniciais do carro **A**. Marque as referências **R** e **R'** e indique as respectivas convenções de sinal. **Escala 1cm:20m**.

0,20



$V(0) = -20\,m/s$
$y(t=0s) = 0m$

$s(t) + y(t) = 100$
$s(t) + 0 = 100m$

0,5

b)Decorridos 5s, qual terá sido a distância percorrida pelo carro **B**?

$s_B(t=0s) = 78 + 2 \cdot 0^2$
$s_B(t=0s) = 78m$
$s_B(t=5s) = 78 + 2 \cdot 5^2$
$s_B(t=5s) = 78 + 2 \cdot 25$
$s_B(t=5s) = 128m$

$D = |78 - 128|$
$D = |-50|$
$D = 50m$

Resposta: 50 m

0,9

c)Em algum instante estes carros estarão emparelhados? Em caso negativo, justifique sua resposta. Em caso afirmativo, determine este instante de tempo.

$V_A(t) = -20\,m/s$
$V_B(t) = 2 \cdot 2 \cdot t^{2-1}$
$V_B(t) = 4t$ (m,s)

$y_A(t) + s_A(t) = 100$
$-20t + s_A t = 100$
$s_A(t) = 100 + 20t$ (m,s)

$s_A(t) = s_B(t)$
$100 + 20t = 78 + 2t^2$
$2t^2 - 20t - 22 = 0$
$\Delta = 400 - 4 \cdot 2 \cdot -22$
$\Delta = 576$

$t' = \dfrac{20 + \sqrt{576}}{4} = \dfrac{20 + 24}{4} = 11s$

$t'' = \dfrac{20 - \sqrt{576}}{4} = \dfrac{20 - 24}{4} = -1s$ não existe tempo negativo.