1ª Questão

A chuva é a água em estado líquido em forma de gotas que se condensaram a partir do vapor d'água na atmosfera. Após sua formação, elas se precipitam, isto é, caem sob a ação da gravidade, sofrendo também ação da resistência do ar.

A altitude na qual o fenômeno de condensação do vapor d'água acontece é chamada de h_{LCL} e é determinada basicamente pela altura da base da nuvem onde é formada a gota.

Considere a precipitação de uma gota de chuva na ausência de vento.

O movimento foi estudado por um observador, que usou a referência situada na base da nuvem (de onde se precipita a gota) e convenção de sinais, conforme mostrado na **FIG. 1**. O tempo t=0 coincide com o desprendimento da gota da nuvem.

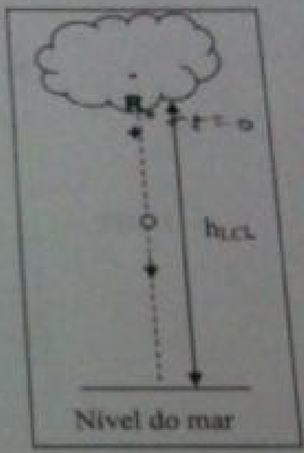


FIG. 1

Formalmente, h_{LCL} é definido pela altura na qual a umidade relativa do ar (RH) atinge 100% . Uma aproximação simples é dada pela fórmula:

$$h_{LCL} = (20 + \frac{T}{5})(100 - RH)$$

onde h_{LCL} é dado em metros, T é a temperatura (em graus Celsius) e RH é a umidade relativa do ar (em percentagem), ambas as medidas ao nível do mar.

Dê as respostas com 3 dígitos significativos.

a)Considere um dia chuvoso do Rio de Janeiro, onde tipicamente temos temperatura de 20 °C e umidade relativa do ar de 85%. Obtenha h_{LCL}.

$h_{LCL} = (20 + \frac{20}{5})(100 - 85)$

$h_{LCL} = (20+4)(15)$

$h_{LCL} = 24 \cdot 15 = 360$ m

$\boxed{h_{LCL} = 360 \text{ m}}$

O movimento de precipitação da gota **não** é de queda livre. Devido à resistência do ar, a velocidade da gota atinge uma velocidade máxima (chamada de velocidade terminal , v_{term}) antes de atingir o solo, a uma altura h*. A partir de então, a gota deixa de acelerar e permanece caindo com esta velocidade até atingir o solo. O gráfico da **FIG. 2** mostra a dependência da velocidade da gota com o tempo segundo medidas do observador, tomadas entre t = 0 e t =10s.

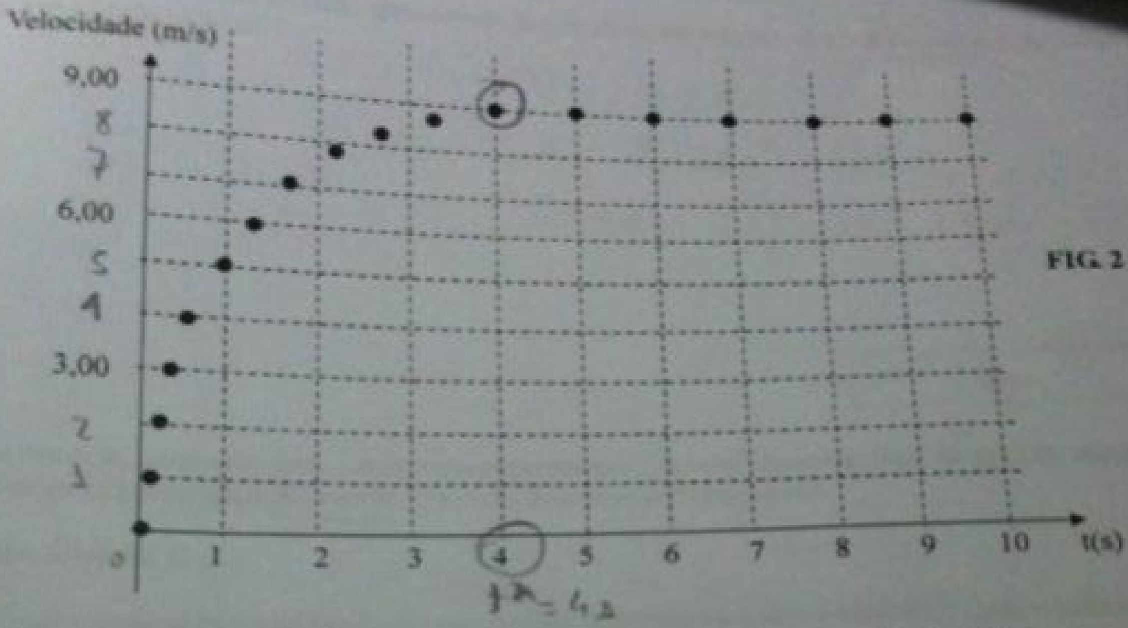


FIG. 2

Considere o movimento de precipitação (queda) da gota de chuva em dois trechos:

Trecho I – desde o início da queda até atingir a velocidade terminal em t=t*

Trecho II – restante do movimento de queda, desde t* até atingir o solo

Para o trecho I :

Considere o modelo matemático no qual a gota tem aceleração constante igual à aceleração média observada, <a>, entre t=0 e t=t*.

b)Qual o valor de <a> ? Compare com o valor da gravidade ao nível do mar e comente.

$$\langle a \rangle = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{9-0}{4-0} = 9/4 = 2,25\ m/s^2$$

$$V = a.t + 0$$

$$V = 2,25t$$

<a>= 2,25 m/s²
É um pouco menos de um quarto do valor da gravidade no nível do mar, provavelmente devido à resistência do ar.

c)De acordo com este modelo aproximado, a que altura em relação ao nível do mar a gota atingiria a velocidade terminal ?

$V = 2,25\,t$

$s = 1,125\,t^2 \rightarrow t = 4$

$s(4,0) = 1,125 \cdot 16 = 18\,m$

$\boxed{h^* = 18\,m}$

Na verdade, de acordo com o resultado experimental, a velocidade terminal da gota foi atingida após ter se precipitado **30** metros. Use este dado nos próximos itens.

Para o trecho II :

d)Qual o modelo matemático $S_{II}(t)$ que melhor descreve os dados amostrais? Qual o intervalo temporal de sua validade? Justifique.

$s_{II}(t) = a \cdot t^2$

$s_{II}(4,0) = 30$

$30 = a \cdot 16$

$a = 1,875\,m/s^2$

$S_{II} = 1,875\,t^2$

$S_{II}(t) = 1,875\,t^2 \quad (m, s)$

$0 \leq t \leq 4 \quad (s) \rightarrow$ antes de v ser constante

e)Em que condições o modelo $S_{II}(t)$ pode ser extrapolado até a gota atingir o solo? Se for extrapolado, qual o novo intervalo temporal de validade do modelo no caso do solo estar ao nível do mar?

S final $\rightarrow$ $360 = 100 \cdot x$

$T_1 = 10\,s$

$x = 3,6\,m/s^2$

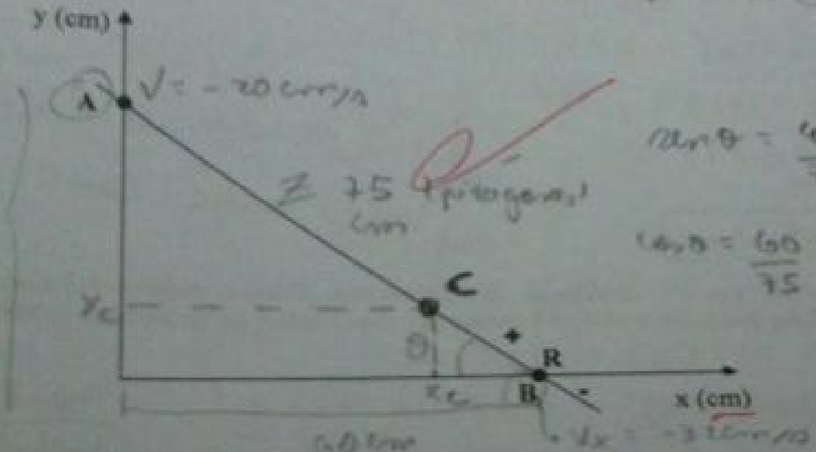
Resp.: Aumentando a aceleração

$S_{II}(t) = 3,6\,t^2$

2ª Questão

1.9

A **FIG. 3** mostra a reta-suporte da trajetória de dois objetos. Para definir a coordenada sobre a trajetória, usa-se a referência **R** e convenção de sinais conforme está indicado. Na figura mostra-se também um sistema de eixos cartesianos que são usados como alternativa à descrição 1D do movimento. Em $t = 0$ o objeto **A** parte do ponto A ($x_A(0) = 0$, $y_A(0) = 45$ cm) com velocidade inicial dada por $s'_A = -20$ cm/s. No mesmo instante, do ponto **B** ($x_B(0) = 60$ cm, $y_B(0) = 0$), que coincide com a referência **R**, o objeto **B** parte com uma velocidade inicial cuja componente x é $x'_B(0) = -32$ cm/s. Ambos os objetos deslocam-se com aceleração constante ($s_A'' = s_B'' = -40$ cm/s^2.



45cm

$\operatorname{sen}\theta = \frac{45}{75}$

$\cos\theta = \frac{60}{75}$

FIG. 3

a) Determine $s_A(t)$ e $s_B(t)$, funções que descrevem as coordenadas ao longo da trajetória referentes aos objetos **A** e **B**, respectivamente .

↑ V inicial

$\frac{-40}{2} = -20$

$s_A(t) = -20t^2 - 20t + 75$ ← posição inicial

$s_B(t) = -20t^2 + 40t + 0$

↳ calculando o partir de V_x

$Z^2 = 45^2 + 60^2$

$Z^2 = 5625$

$Z = 75$ cm

$V = \frac{|V_x|}{\cos\theta} = 32 \cdot \frac{75}{60} = 40$ m/s

0.55

(cm, s)

$s_A(t) = -20t^2 - 20t + 75$ (m, s)

$s_B(t) = -20t^2 + 40t$ (m, s)

b) Calcule o maior valor de y que o objeto **B** atingiria, supondo que não ocorra colisão com o objeto **A** até este momento. Denomine este valor por y_{max}

$S_B(t) \cdot \sin\theta = y_B(t)$ 0.35

$-20t^2+40t \cdot \left(\frac{45}{75}\right) = y_B(t)$

$\boxed{-12t^2+24t = y_B(t)}$

* Confirmar $S'B=0$

$V_{yB(t)} = y'_B(t) = -24t+24$

$y_B(1,0) = -20+40 = 20$ cm

$V_y(1,0) = 0$

$-24t+24=0 \rightarrow t=1s$

$y_{max} = 20$ cm $y_{mak} = ?$

* Continuar

$y_{max} =$ 20 cm

c)Determine se o objeto **A** colide com o objeto **B**. Justifique. Em caso afirmativo, calcule as coordenadas cartesianas do ponto **C** em que ocorre a colisão e marque-o na **FIG3**. Use a escala da figura.

$S_A(t) = S_B(t) \rightarrow$ colisão

60cm : 8cm

$\boxed{10cm : 1cm}$

15cm : 1,5cm

11,25cm : 1,125 cm

$-20t^2-20t+75 = -20t^2+40t$

$-60t = -75$

$t = 1,25$

$y_B(1,25) = -18,75+30 = 11,25$ cm

$S_B(t) \cdot \cos\theta = x_B(t)$

$y_C = 11,25$ cm

$-20t^2+40t \cdot \left(\frac{60}{75}\right) = x_B(t)$ 1.1

$\boxed{-16t^2+32t = x_B(t)}$

Resp.:

$x_C =$ 15 cm $x_C = (60-15)$ cm

$y_C =$ 11,25 cm

$x_B(1,25) = -25+40 = 15$ cm

$x_C = 15$ cm

d) O objeto **B**, na realidade, atingiu a altura y_{max}? Justifique

20cm > 11,25 cm

$y_{máx} > y_C$ (ponto de colisão)

Resp.: Não, pois o y_C (ponto de colisão) é menor que $y_{máx}$ (o ponto y máximo atingido)

3ª Questão

Uma bola é chutada do chão com velocidade inicial $\vec{v}_0$ e atinge (sem tocar de novo o chão) uma parede dois segundos após o chute. A velocidade inicial faz um ângulo α com a horizontal. Victor analisa este movimento e determina como sendo t=0 o momento em que Mateus chuta a bola. Para simplificação de cálculo, supõe-se que a única força atuante na bola ao longo do movimento é a força da gravidade, que impõe a ela uma aceleração de módulo $10 m/s^2$. Victor usa um sistema de referência cartesiano para descrição do movimento e posiciona a origem dos eixos na posição do chute. O eixo x está situado sobre o chão (que é horizontal) e o eixo y é paralelo à parede (que é vertical). Dados coletados por Victor após a observação do chute: $x(0) = 0$; $x(2s) = 32m$; $y(2s) > 0$; $sen\,\alpha = 0,6$; $cos\,\alpha = 0,8$.

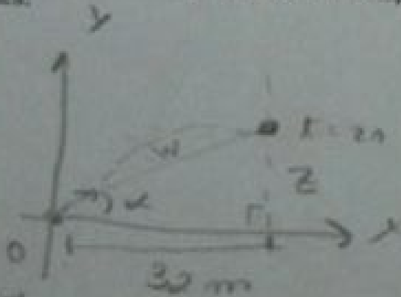
a)Determine o módulo da velocidade inicial e as funções x(t) e y(t) que descrevem este movimento no intervalo $0 \leq t \leq 2s$.

$V_0^2 = V_{x_i}^2 + V_{y_i}^2$

$V_0^2 = 16^2 + 22^2$

$V_0^2 = 740$

$V_0 = 27,2$



$\frac{Z}{32} = tg\,\alpha = \frac{sen\,\alpha}{cos\,\alpha} = \frac{0,6}{0,8} = 0,75$

$Z = 0,75 \cdot 32 = 24\,m$

$\frac{32}{W} = cos\,\alpha = 0,8$

$0,8W = 32$

$W = 40\,m$

posição inicial

$x(t) = 0 + b \cdot t \rightarrow x(2,0) = 32$

$32 = b \cdot 2$ $b = 16\,m/s$

$y(t) = 0 + c \cdot t - 5t^2$

$-10/2 = -5$ (negativo ↓ ...)

posição inicial

$y(2,0) = 24$

$24 = -5 \cdot 4 + c \cdot 2 \Rightarrow c = 22\,m/s$

0,4/0,9

$|\vec{v}_0| =$ ~~27,2~~ m/s

$x(t) = 16t$ (m, s)

$y(t) = -5t^2 +$ ~~22~~t (m, s)

b) Usando as funções obtidas, determine qual foi a altura máxima h atingida pela bola e diga a que distância D do ponto onde ocorreu o chute se encontrava ela nesse instante.

$V_y(t) = y'(t) = -10t + 22$

$V_y(t) = 0$

$-10t + 22 = 0$

$10t = 22$

$t = 2,2\,s$

CP

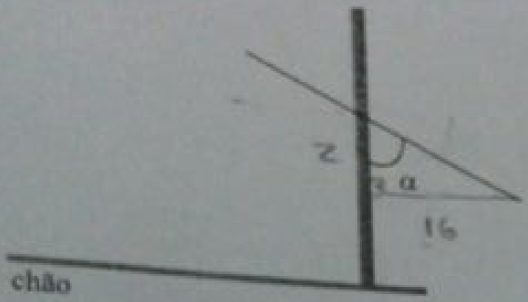
0,4/0,8

O tempo ultrapassa o intervalo da função. Então h e D são as coordenadas do ponto onde a bola bate na parede.

h = ~~24~~ m

D = ~~32~~ m

c) Abaixo mostra-se a direção da velocidade da bola no instante em que ela atinge a parede. Calcule a tangente do ângulo α.



$V_x = x'(t) = 16 \, m/s$

$V_y = y'(t) = -10t + 22$

$y'(2) = -20 + 22 = 2 \, m/s$

$\frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} = tg\,\alpha = \frac{2}{16} = 0{,}125$

$0{,}1 / 0{,}4$

$\boxed{tg\,\alpha = 0{,}125}$

d) Considerando o mesmo ângulo α do chute de Mateus, qual deveria ter sido o módulo da velocidade inicial da bola para que ela alcançasse a parede em um ponto situado a 9 m de altura em relação ao solo ? Use $\sqrt{3} = 1{,}73$ e dê a resposta com 3 dígitos.

$y(x) = 9m$

$9 = c.2 - 5.4$

$29 = 2c$

$c = 14{,}5 \, m/s$

$V_0 \,\text{sen}\,\theta = V_y$

zero

$V_0 \cdot 0{,}6 = 14{,}5$

$V_0 = 24{,}2 \, m/s$

módulo da velocidade inicial:

~~24,2~~ m/s