P2 2008.2

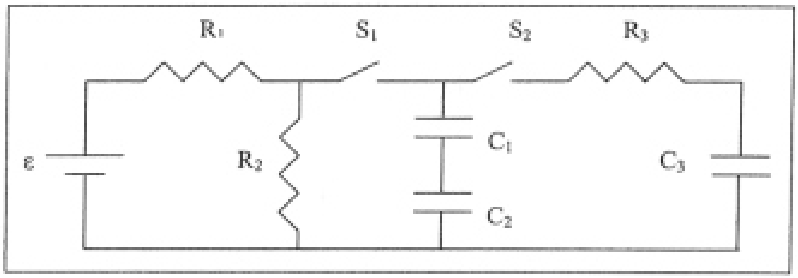
**1ª Questão: (3.5)**

No circuito abaixo, os capacitores $C_1$, $C_2$ e $C_3$ estão inicialmente descarregados. Considere as seguintes fases sucessivas:

Fase 1: A chave $S_1$ é fechada, com $S_2$ aberta, durante longo tempo.
Fase 2 : A chave $S_1$ é aberta e $S_2$ é fechada.

Considerando $\varepsilon = 24$ V, $R_1 = R_2 = R_3 = 1$ M$\Omega$, $C_1 = C_2 = 4$ $\mu$F e $C_3$ idêntico em forma aos capacitores $C_1$ e $C_2$ porém com meio cuja constante dielétrica é a metade, determine:

a) (0,5) As cargas máximas adquiridas por $C_1$ e $C_2$ no final da Fase 1.
b) (0,5) A d.d.p. do conjunto $C_1 + C_2$ e a d.d.p individual de $C_1$ e $C_2$ no final da Fase 1.
c) (0,5) As energias armazenadas em $C_1$ e $C_2$ durante a Fase 1.
d) (0,5) A corrente elétrica instantânea (função do tempo) através de $R_3$ durante a Fase 2.
e) (0,5) A energia total dissipada em $R_3$ na forma de calor ao final da Fase 2.
f) (0,5) A energia armazenada em $C_3$ no final da Fase 2.
g) (0,5) A d.d.p. de $C_3$ no final da Fase 2.




**2ª Questão: (3.5)**

Uma antena tipo *von Niemand* tem o formato mostrado na figura abaixo. O ponto A corresponde a um fio muito longo (considere-o semi-infinito para todos os efeitos práticos), na direção z (perpendicular ao plano do papel). Os segmentos AB e BC são lados de um quadrado com comprimento L e centrado no ponto P. O arco CD tem centro em P e o segmento DE é muito longo e está alinhado com P.

Calcule o **vetor** campo magnético no ponto P gerado por cada um dos segmentos indicados nos itens abaixo, quando uma corrente $i$ passa pela antena no sentido indicado.

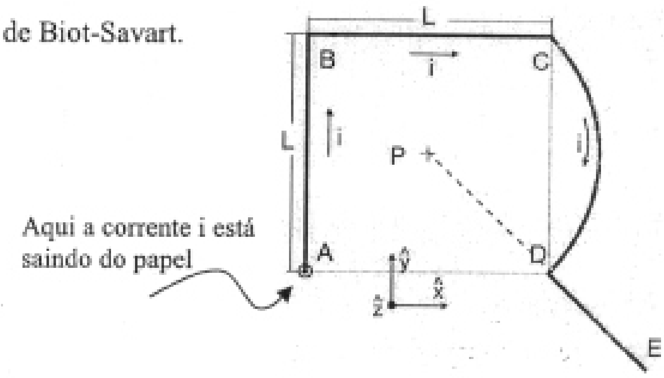
a) (1,0) Segmento AB, explicitamente a partir da Lei de Biot-Savart.

b) (0,5) Segmento BC, idem.

c) (0,8) Segmento CD, idem.

d) (0,5) Segmento DE, idem.

e) (0,7) Segmento A (semi-infinito).

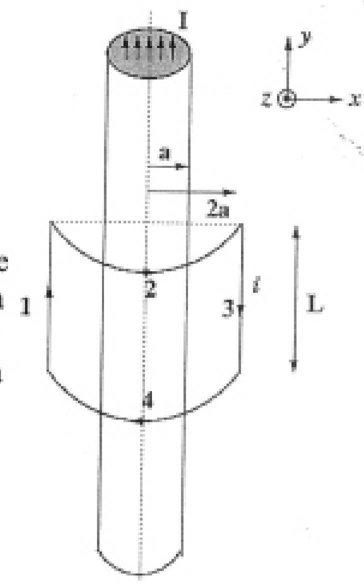


**3ª Questão: (3.0)**

Em um fio condutor cilíndrico de raio **a,** muito longo, passa uma corrente **I** uniformemente distribuída em sua secão reta transversal.

(a) (1,8) A partir da Lei de Ampere, calcule o campo magnético na região interna ao fio cilíndrico (**r<a**) e na região externa (**r>a**).

(b) (1,2) Considere agora a espira mostrada na figura: os lados **1** e **3,** de comprimento L, são paralelos ao eixo do fio cilíndrico, a uma distância **2a** deste, e diametralmente opostos entre si. Os trechos **2** e **4** são semi-círculos (de raio 2a, por construcão). Uma corrente ***i*** circula pela espira no sentido indicado. Calcule a forca magnética feita pelo fio cilíndrico sobre cada um dos segmentos da espira (**1, 2, 3** e **4**).




*Obs: campos e forças são vetores, lembre-se de indicar módulo, direção e sentido!*

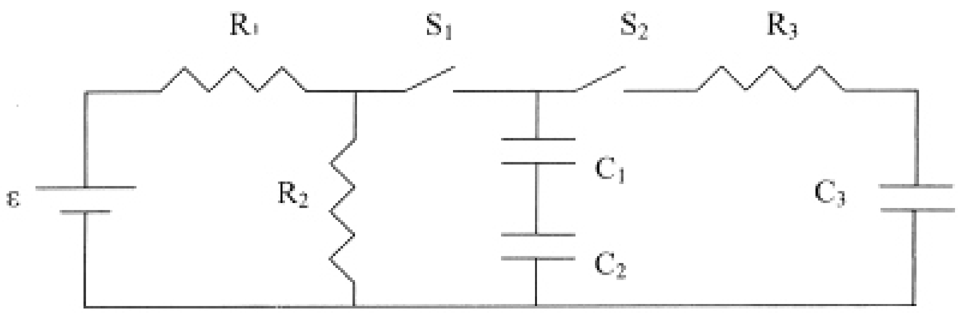
No circuito abaixo os capacitores $C_1$, $C_2$ e $C_3$ estão inicialmente descarregados e ocorrem as seguintes fases sucessivas:

<u>Fase1</u>: chave $S_1$ fechada e $S_2$ aberta durante longo tempo

<u>Fase2</u> : chave $S_1$ aberta e $S_2$ fechada durante longo tempo.

Considerando $\varepsilon = 24$ V, $R_1 = R_2 = R_3 = 1$ MΩ, $C1 = C_2 = 4$ μF e $C_3$ idêntico aos capacitores $C_1$ e $C_2$ exceto o meio cuja constante dielétrica é a metade, determine:

a) A carga máxima adquirida por $C_1$ e $C_2$ durante a fase 1
b) A d.d.p. de $C_1$ e $C_2$ no final da fase 1.
c) As energias armazenadas em $C_1$ e $C_2$ durante a fase 1.
d) A corrente elétrica instantânea (função do tempo) através de $R_3$ .
e) A energia dissipada em $R_3$ na forma de calor.
f) As energias armazenadas em $C_1$, $C_2$ e $C_3$ no final da fase 2
g) A d.d.p. de $C_3$ no final da fase 2




<u>Solução</u>

a) $C_1$ e $C_2$ em série $\Rightarrow$ $Q_1 \max = Q_2 \max = V_{R2\ \max} \times C_{eq}$
Final da fase 1: $C_1$ e $C_2$ totalmente carregados $\Rightarrow$ sem corrente $\Rightarrow$ $V_{R2\ \max} = \varepsilon R_2 / (R_1 + R_2) = 12$ V e $C_{eq} = C_1 C_2 / (C_1 + C_2) = 2 \times 10^{-6}$ F
$Q_1 \max = Q_2 \max = Q_{eq} = 12 \times 2 \times 10^{-6} =$ **$24 \times 10^{-6}$ C**

b) $C_1 = C_2 \Rightarrow V_{C1} = V_{C2} = V_{R2\ \max} / 2 = 6$ V

c) $U_{E1} = U_{E2} = 1/2\ (Q_1 \max)^2 / C_1 = ½\ (24 \times 10^{-6})^2 / 4 \times 10^{-6} =$ **$72 \times 10^{-6}$ J**

d) fase 2: circuito RC com descarregamento de $C_1$ e $C_2$ em série com $R_3$ e $C_3$ descarregado $\Rightarrow$ $i(t) = i_{\max}\, e^{-t/\tau}$ com $i_{\max} = 12 / R_3 = 12 / 10^6 =$ **12 μA**
$\tau = R_3\, C_{eq}' = 10^6 \times 1 \times 10^{-6} =$ **1s**
**1**$/ C_{eq}' = 1/C_1 + 1/C_2 + 1/C_3$

e) $U_R = \int_0^\infty R_3\, i^2(t)\, dt = \int_0^\infty 10^6\, x(12x10^{-6})^2 e^{-2t}\, dt$ **- $72 \times 10^{-6}$ J**

f) $C_3 = C_{eq} = C_1 C_2 / (C_1 + C_2) \Rightarrow U_{E3} = ½\ (U_{E1} + U_{E2} - U_R) = ½\ (2 \times 72 \times 10^{-6} - 72 \times 10^{-6}) =$ **$36 \times 10^{-6}$ J**

**g)** $U_{E3} = ½\ C_3\ (V_{C3})^2 \Rightarrow$ **$V_{C3} = 6$ V**

QUESTAO a) Um fio semi infinito perpendicular ao papel gera um campo no plano do papel, com o sentido dado pela "regra da mão direita". O módulo do campo é dado por

$$B_A = \frac{1}{2}\left(\frac{\mu_0}{2\pi}\,\frac{i}{r}\right).$$

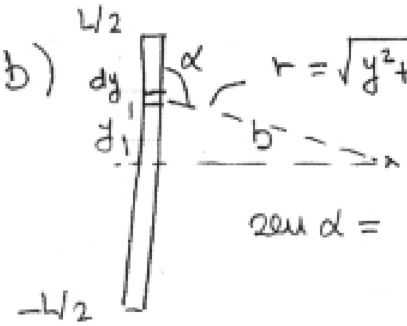
neste caso $r_{AP} = L/\sqrt{2}$ e a direção é a de $D \to B$ $\hat{r} = \frac{1}{\sqrt{2}}(-\hat{x}+\hat{y})$

Portanto $$\boxed{\vec{B}_A = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{i}{L}\,(-\hat{x}+\hat{y})}$$

—o—

Todos os outros segmentos contribuem para a componente $-\hat{z}$ do campo $\vec{B}$.

b)




$r = \sqrt{y^2+b^2}$

$$dB_{AB} = \frac{\mu_0}{4\pi}\, i\, \frac{dy\,\text{sen}\,\alpha}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\, i\, \frac{b\,dy}{[y^2+b^2]^{3/2}}$$

$\text{sen}\,\alpha = \frac{b}{r}$

$$B_{AB} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\int_{-L/2}^{L/2} \frac{b\,dy}{[y^2+b^2]^{3/2}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{i}{b}\,\frac{L}{\left[\frac{L^2}{4}+b^2\right]^{1/2}}$$

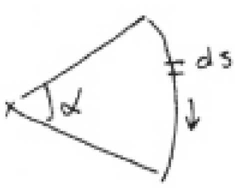
Como $b = \frac{L}{2}$ $$\boxed{\vec{B}_{AB} = -\frac{\mu_0}{\sqrt{2}\,\pi}\,\frac{i}{L}\,\hat{z}}$$

—o—

c) O segmento BC tem um resultado idêntico ao do AB, ou seja $$\boxed{\vec{B}_{BC} = \vec{B}_{AB}}$$

—o—

d) O segmento CD gera o campo de um segmento de arco com $\alpha = \pi/2$ e raio $R = L/\sqrt{2}$



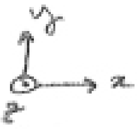

$$\vec{dB} = -\frac{\mu_0}{4\pi}\, i\, \frac{R\,d\theta}{R^2}\,\hat{z} = -\frac{\mu_0}{4\pi}\, i\, \frac{\alpha}{R}$$

Logo $$\boxed{\vec{B}_{CD} = -\frac{\sqrt{2}}{8}\,\mu_0\,\frac{i}{L}}$$

e) O segmento DE está alinhado com P logo $\boxed{\vec{B}_{DE} = 0}$ pois $d\vec{s} \times \hat{r} = \phi$

3ª QUESTÃO

a) $\boxed{r<a}$



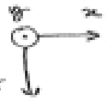

Escolhe-se espira amperiana circular percorrida no sentido anti-horário

Lei de Ampere $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 i_{int}$

ao longo do caminho $\vec{B} \parallel d\vec{l}$ e $\vec{B}$ cte

$$\Rightarrow \oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int B\,dl = B\int dl = B\,.\,2\pi r$$

$$i_{int} = I\,.\,\frac{\text{Area Interna}}{\text{Area Total}} = I\,.\,\frac{\pi r^2}{\pi a^2} \Rightarrow B\,.\,2\pi r = \mu_0 I \frac{r^2}{a^2}$$



$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 I r}{2\pi a^2}\,\hat{\phi}}$$

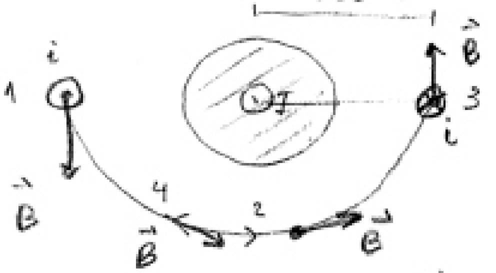
( $\hat{\phi}$ : direção tangencial, sentido anti-horário, em vista superior

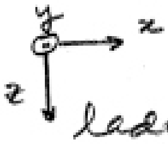
$\boxed{r>a}$ neste caso, $i_{int} = I$ (a espira amperiana engloba toda a corrente)

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I \quad ; \quad \vec{B} \parallel d\vec{l} \; ; \; \vec{B} \text{ cte}$$

$$B\,.\,2\pi r = \mu_0 I \Rightarrow \boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\,\hat{\phi}}$$

b) vista superior:





lado 2: $d\vec{F}_2 = i\, d\vec{l}_2 \times \vec{B}$

porém $d\vec{l}_2 \parallel \vec{B} \Rightarrow \boxed{\vec{F}_2 = 0}$

lado 4: $d\vec{l}_4$ anti-$\parallel$ a $\vec{B} \Rightarrow \boxed{\vec{F}_4 = 0}$

lado 1: $\vec{F}_1 = i\,\vec{L}_1 \times \vec{B} = i\,(L\hat{y}) \times \frac{\mu_0 I}{2\pi(2a)}\,\hat{z}$

$$\boxed{\vec{F}_1 = \frac{\mu_0 i I L}{4\pi a}\,\hat{x}}$$

lado 3: $\vec{F}_3 = i\,\vec{L}_3 \times \vec{B} = i\; L(-\hat{y}) \times \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\,(-\hat{z})$

$$\boxed{\vec{F}_3 = \frac{\mu_0 i I L}{4\pi a}\,\hat{x}}$$