## 1ª Questão

Dois observadores estudam o movimento de um bondinho do morro da Urca. O bondinho é representado pelo ponto **B**, no gancho de sustentação. O primeiro observador (**O1**) escolheu como referencia **R** a base da plataforma de embarque, como disposto na **FIG.1**, e usa a letra "s" para representar a coordenada de posição do bondinho, que é medida sobre a trajetória do mesmo. A convenção de sinais de **O1** está também indicada na **FIG.1**. O comprimento total do cabo de sustentação, desde plataforma de embarque até o topo do morro é de **1200m**. A **FIG.1** mostra o bondinho num instante qualquer de seu movimento.

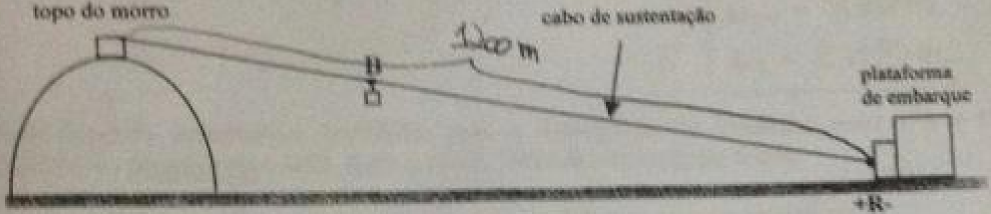



FIG. 1

A **Tabela 1** contém alguns dados referentes às medidas feitas por **O1**.

| Posição | t (min) | $s_{exp}$ (m) |
|---|---|---|
| 1 | 0 | 0,0 |
| 2 | 1,5 | 510 |
| 3 | 3,0 | 1200 |
| 4 | 12,0 | 1200 |
| 5 | 14,0 | ~~1500~~ 900 |
| 6 | 15,0 | 615 |
| 7 | 20,0 | 2400 |

**Tabela 1**

Segundo as medidas feitas, o bondinho levou 3 min para atingir o topo do morro e permaneceu parado o tempo necessário para o desembarque dos passageiros, retomando em seguida o movimento de descida em t=12,0 min. Entre $t_1$ e $t_5$ o bondinho percorreu a distância de 1500 m. **O1** obteve ainda $V_{14\to 15}$ = - 195 m/min. Em t=20 min o bondinho está novamente na plataforma de embarque.

2,0 a)Usando os dados fornecidos; complete a **Tabela 1**. Desenvolva abaixo os cálculos necessários ou justifique as respostas.

$\Delta s_{t_1 \to t_5} = 1500\,m$ → $V_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{1500}{14-0} = 107$

$\bar{V}_{t_4 \to t_6} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{615-1200}{t_6-12} = -195$

$-585 = -195t_6 + 2.340$

$-195t_6 + 2.340 + 585$

$-195t_6 = -2.925$

$s(7)$ = D total = 1200 + 1200 = 2400

28/09/2012

b)Calcule o deslocamento e a distância percorrida pelo bondinho entre $t_2$ e $t_5$.

$S(0) = a = 0 \mid c = 0$

$S(1,5) = a + bt + ct^2$

$\cancel{S(1,5) = bt}$

$t_2: S(1,5) = 510$

$t_5: S(14,0) = 1500$

$\Delta S = 1500 - 510 = 990\ m$

$d_{2\to5} = 1500 + 510 = 2.010\ m$

$\Delta s_{2\text{-}5}$ = 990m

$d_{2\text{-}5}$ = 2.010m

c)O modelo matemático escolhido para o movimento do bondinho entre t=0 e t=20,0min é composto de três retas, $s_I(t)$, $s_{II}(t)$ e $s_{III}(t)$, definidas da seguinte forma:

$s_I(t)$ - válida para $0 \le t \le 3$min , liga os pontos 1 e 3 da amostragem experimental;

$s_{II}(t)$ - válida para $3min \le t \le 12min$ liga os pontos da amostragem experimental no trecho em que o bondinho fica parado;

$s_{III}(t)$ - válida para $12min \le t \le 20min$ liga os pontos inicial e final do movimento de descida, segundo a amostragem experimental.

Obtenha a função $s_{III}(t)$.

$S_I(0) = a = 0 \quad c = 0$

$S_I(3) = a + bt + ct^2$

$S_I(3) = bt$

$S_I(3) = 3b$

$1200 = 3b$

$b = 400$

$S_I(t) = 400t$

$\cancel{S_{II}(0) = a = 0}$

$\cancel{S_{II}(3) = a + bt + ct^2}$

$\cancel{1200 = bt + ct^2}$

$\cancel{1200 = 3b + 9c}$

$\cancel{S_{II}(12) = bt + ct^2}$

$\cancel{1200 = 12b + 144c}$

$\cancel{1200 = 3b + 9(33,4)}$

$\cancel{1200 = 3b - 30,06}$

$\cancel{b = 410,0}$

$\cancel{1200 = 3b + 9c \ (-4)}$

$\cancel{1200 = 12b + 144c}$

$\cancel{-4800 = -12b - 36c}$

$\cancel{1200 = 12b + 144c}$

$\cancel{-3600 = 108c}$

$\cancel{c = -33,4}$

$\cancel{S_{II}(t) = 410t - 33,4t^2}$

$S_{III}(t) = a + bt$

$S_{III}(12) = a + 12b = 1200 \ (-)$

$S_{III}(20) = a + 20b = 2400$

$8b = 1200$

$\boxed{b = -150}$

$S_{III}(t) = -600 + 150t$

$s_{III}(t)$ = $\cancel{-600 + 150t}$ (m, min)

$a + 12(150) = 1200$

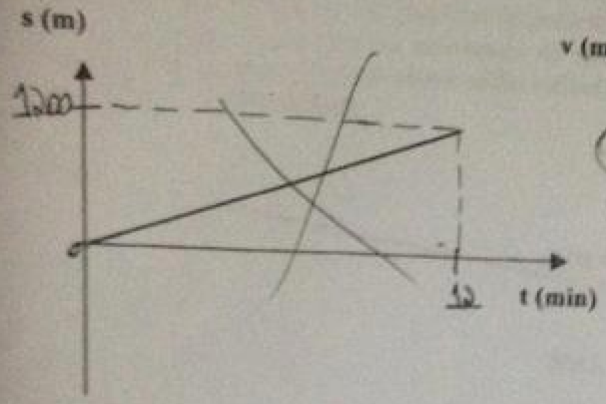
$a = 1200 - 1800$

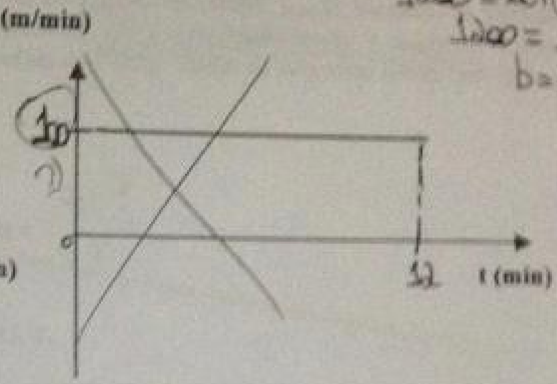
$\boxed{a = -600}$

0(d)

d) Faça abaixo o gráfico simplificado do modelo matemático, incluindo no gráfico somente o intervalo $0 \le t \le 12$ min; faça, para o intervalo $0 < t < 12$ min, o gráfico v(t). Indique valores numéricos necessários para a correta representação das funções.

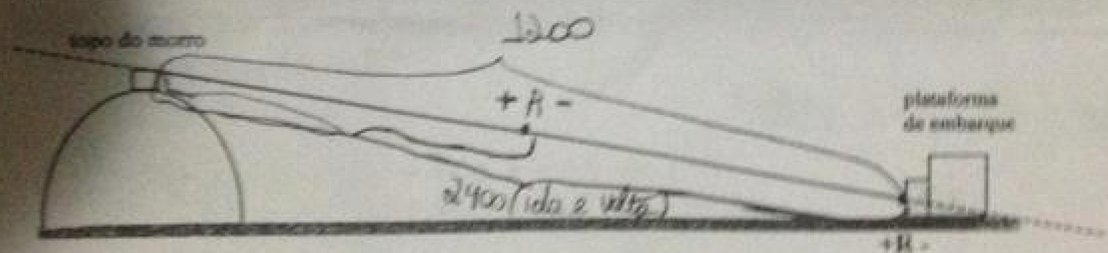
$1200 = a + bt$
$1200 = 12b$
$b = 100$




0(d)

e) Para descrever o mesmo movimento do bondinho, e partindo da amostragem e do modelo matemático definidos no item (c), **O2**, um segundo observador, usa a referência no ponto R', e obtém para o trecho III a função modelo $y_{III}(t) = -2300 + 150\,t$ **(m, min)**. Diga se a convenção de sinais de **O2** é a mesma ou oposta à de **O1**, marque na figura abaixo a posição de R', indicando a distância entre R e R'. Não se preocupe com a escala. Justifique cada uma dessas respostas.




$D_{R \to R'} = 2400 - 2300 = 100\,m$

**Justificativa**

Convenção de sinais: É a mesma ??

Distância entre R e R' = 100m

## 2ª Questão

Um objeto, representado por um ponto **P**, encontra-se em um plano inclinado conforme mostra o desenho abaixo (**FIG.2**). Um estudante coloca o objeto em movimento, fornecendo-lhe um impulso inicial, e toma medidas de coordenadas de posição em função do tempo, $s_{exp}(t)$, anotadas na **Tabela 2**. A referência adotada possui convenção de sinais tal que a velocidade inicial é negativa. A reta suporte e a posição inicial do objeto estão indicadas na **FIG.2**. Todas as respostas devem ser dadas em **2 dígitos significativos**.


**FIG. 2**

| t (s) | $s_{exp}$ (m) |
|---|---|
| • $t_1 = 0$ | +3,00 |
| $t_2 = 3$ | -13,0 |
| • $t_3 = 6$ | -15,0 |
| $t_4 = 9$ | -4,00 |
| • $t_5 = 12$ | +21,0 |

**Tabela 2**

0,9 a)Utilizando os 1°, 3° e 5° valores da **Tabela 2**, construa um modelo matemático quadrático para a função s(t), que será válida no intervalo $0 \le t \le 12$ s.

$s(t) = a + bt + ct^2$

$s(0) = a = 3$

$s(6) = 3 + 6b + 36c = -15,0$

$6b + 36c = -18$

$s(12) = 3 + 12b + 144c = 21$

$12b + 144c = 18$

$6b + 36c = -18 \; (-2)$

$12b + 144c = 18$

$-\cancel{12b} - 72c = 36$

$\cancel{12b} + 144c = 18$

$72c = 54$

$c = 0,75$

$6b + 36(0,75) = -18$

$6b + 27 = -18$

$6b = -45$

$\boxed{b = -7,5}$

$s(t) = 3 - 7,5t + 0,75t^2$

$\boxed{s(t) = 3 - 7,5t + 0,75t^2 \quad (m, s)}$

Fig. 2

b)Determine a função v(t) que fornece a velocidade instantânea do objeto, segundo o modelo s(t), calcule v(6s) e represente na ~~FIG.1~~ essa velocidade. A representação da velocidade deve levar em conta corretamente a posição do objeto nesse instante. Use as escalas **1cm:2m** para distâncias e **1cm:0,5 m/s** para velocidade.

$s(t) = 3 - 7{,}5t + 0{,}75t^2$

$v(t) = s'(t)$

$v(t) = -7{,}5 . t^{1-1} + 2(0{,}75) . t^{2-1}$

$\boxed{v(t) = -7{,}5 + 1{,}5t}$

$v(6) = -7{,}5 + 1{,}5(6)$

$\boxed{v(6) = 1{,}5 \text{ m/s}}$

0,3

| | |
|---|---|
| **v(t) =** $-7{,}5 + 1{,}5t$ | (m/s) |
| **v(6s) =** 1,5 m/s | |

c)Calcule a discrepância entre o modelo matemático e a amostragem experimental no instante t= 3s.

Use a fórmula $\delta = \left|\frac{s(t) - s_{exp}(t)}{\bar{s}(t)}\right| \times 100$ para a discrepância.

$s(0) = a = 3$

$s(3) = 3 - 7{,}5(3) + 0{,}75(3)^2$

$s(3) = 3 - 22{,}5 + 6{,}75$

$s(3) = -12{,}75$

$\bar{s}(t) = \frac{-12{,}75 - 13}{2}$

$\bar{s}(t) = \frac{-25{,}75}{2}$

$\bar{s}(t) = -12{,}9$

$\delta = \left|\frac{s(3) - s_{exp}(3)}{\bar{s}(3)}\right| \times 100$

$\delta = \left|\frac{-12{,}75 - (-13)}{-12{,}9}\right| \times 100$

$\boxed{\delta = 1{,}94\%}$

0,4

$\boxed{\delta = 1{,}9\%}$

0,2 / 0,4

d)Verificou-se que ao passar entre dois pontos **A** e **B**, a velocidade média foi de **4,5 m/s** para um intervalo de tempo de 4s. Use o modelo s(t) para obter o instante de tempo $t_A$ em que o objeto passou pelo ponto **A**.

$s(t) = a + bt + ct^2$

$v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S_{t_B} - S_{t_A}}{t_B - t_A} = 4{,}5$

$v(t) = b + 2ct$

$v(t) = a + bt$

$s(t_A) = 4{,}5t$

$s(4) = a + bt$

$v(4) = a + bt$

$v(4) = a + 4b$

$4{,}5 = 4b$

$b = 1{,}1$

$t_b - t_A = 4$

$s(t_A) =$

$v(t) = 4{,}5$

$\hookrightarrow s(t) = 4{,}5t^0 = 4{,}5t_A$

| |
|---|
| $t_A$ = — |

**3ª Questão**

Uma moto vem correndo com velocidade constante de módulo 30 m/s em uma estrada retilínea, enquanto um policial rodoviário a espera, parado num ponto da mesma estrada e pronto para interceptá-la. Assim que a moto estiver num ponto 45 m antes de passar pelo policial, este acelerará o carro de modo a se movimentar no mesmo sentido do movimento da moto. Tome esse instante como t=0. O ponto da estrada onde está o policial é considerado como a referência do sistema de coordenadas e a convenção de sinais é tal que a coordenada de posição da moto é negativa no momento em que o policial sai do repouso. A aceleração do carro do policial é iniciada em t = 0 e possui valor constante. Respostas em 2 dígitos significativos.

a) Forneça as funções coordenada de posição da moto, $s_M(t)$, e do policial, $s_P(t)$, e suas funções velocidade, $v_M(t)$ e $v_P(t)$, respectivamente. Caso falte algum dado numérico, mantenha-o literal na resposta final. Justifique todos os passos.

| | |
|---|---|
| $s_M(t) =$ | ( ) |
| $v_M(t) =$ | ( ) |
| $s_P(t) =$ | ( ) |
| $v_P(t) =$ | ( ) |

b) O policial programa-se para, no momento do encontro com a moto, ter a mesma velocidade dela. Calcule: **(i)** a velocidade que ambos terão no instante do encontro; **(ii)** o instante t* em que se dá o encontro; **(iii)** a aceleração do policial necessária para que isso ocorra; **(iv)** a coordenada de posição s* em que se dá o encontro.

B

**Velocidade:**

**t* =**

**$a_P$ =**

**s* =**

Num outro movimento, suponha que a função coordenada de posição da moto seja dada por:
**$s(t) = 100 + 20t + 6{,}0\,t^2$ (m, s).**

c) Deduza a expressão para a velocidade média da moto, $\bar{v}_M$, desde um instante genérico t até o instante t + Δt. Forneça sua resposta em função de t e de Δt.

$$V_{m\,\cancel{t \to t+\Delta t}} : \frac{(S_{\Delta t}+t) - S(t)}{t+\Delta t - t}$$

$$\cancel{v(t) = 20 + 12t}$$

$\bar{v}_M$ = ( )

d) Calcule a velocidade média da moto para o intervalo de tempo de 2,0 s que começa no instante 1,0 s.

$$\bar{V} = \frac{164 - 126}{2-1} = \frac{38}{1} = 38\,m/s.$$

S(1) = 126 m
S(2) = 164 m

05/05

$\bar{v}_{M\,1s\to 2s}$ = 38 m/s