$s(t_R) - s(0) = 1250$

1ª Questão

Após descer por um trecho acidentado de uma pista de esqui, Felipe atinge (em t=0) um ponto a partir do qual a pista torna-se perfeitamente retilínea e com ângulo de inclinação θ aproximadamente igual a 37°. A partir de amostragem posição-tempo e modelagem, o **observador 1** descreve o movimento de Felipe utilizando a coordenada sobre a trajetória, s(t). O ponto móvel **P** situa-se na base de um dos esquis e a referência **R** coincide com a base de uma placa de sinalização. O modelo s(t) tem validade no intervalo $0 \leq t \leq t_R$, onde t_R é o instante de tempo em que Felipe alcança a placa. O **observador 2** descreve o movimento de Felipe decompondo-o no sistema de referência cartesiano mostrado na **FIG.1**, com o eixo x na horizontal. Em sua análise ele utiliza como ponto de partida o modelo s(t), fornecido pelo **observador 1**. A figura mostra as posições de Felipe (ponto **P**) em t=0 e num instante genérico **t**. A distância percorrida por Felipe na parte retilínea da pista (entre t=0 e $t=t_R$) é de **1250 m**.

São dados: $\cos\theta = 0{,}8$, $\text{sen}\,\theta = 0{,}6$ e $s(t) = \alpha - 25\,t - 2t^2$ (m,s).

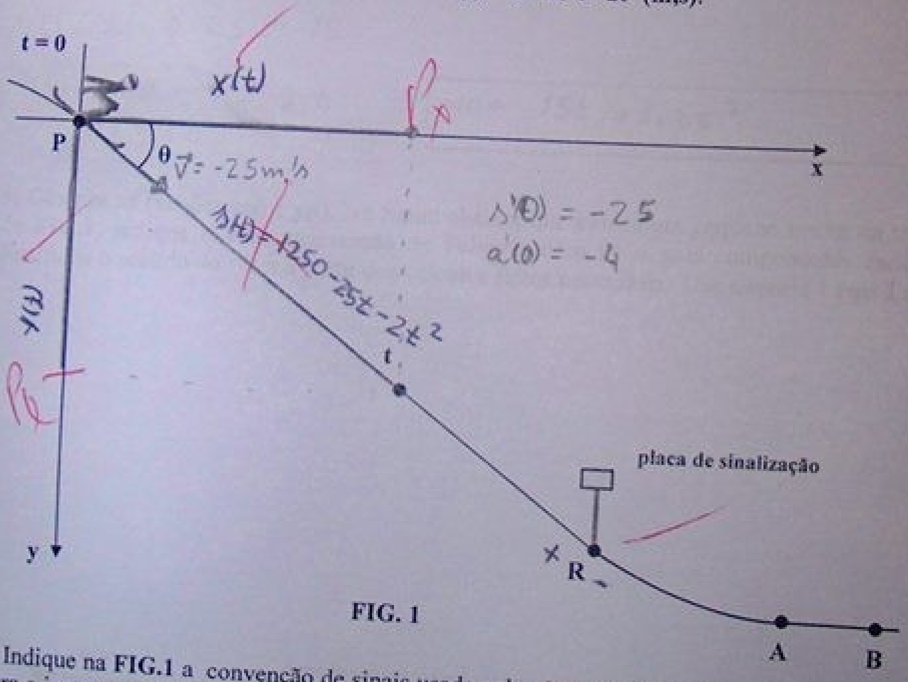


FIG. 1

a) Indique na **FIG.1** a convenção de sinais usada pelo **observador 1** e determine a constante **α**. Para o instante **t**, mostre na **FIG.1**:

0,4

- P_x e P_y
- os segmentos que representam os módulos de **s(t)**, **x(t)** e **y(t)**, indicando ao lado de cada segmento a função correspondente.

Complete o quadro de respostas

$\alpha = s(0)$	
Como foi determinada s(0): posição inicial > 0 $\lvert \overset{0}{s(t_R)} - s(0) \rvert = 1250$ $s(0) = 1250$	De acordo com a referência, a velocidade e a aceleração são negativas

b) Obtenha as expressões que fornecem as relações:

(i) entre x(t) e s(t)

$|s'(0)| = 25$

$|s''(0)| = 4$

$x'(t) = \cos\theta \cdot 25 = 20$

$x''(t) = \cos\theta \; 4 = 3{,}2$

$x(t) = \cancel{20t + 1{,}6\,t^2}$

(ii) entre y(t) e s(t)

$|s'(0)| = 25$

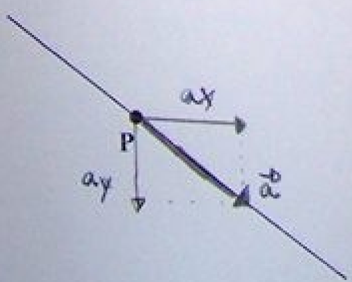
$|s''(0)| = 4$

$y'(t) = \operatorname{sen}\theta \; 25 = -15$

$y''(t) = \operatorname{sen}\theta \; -4 = 2{,}4$

$y(t) = \cancel{15t + 1{,}2t^2}$

c) Obtenha as funções x(t) e y(t). Na figura abaixo, que mostra um pequeno trecho da trajetória da **FIG.1**, indique o vetor aceleração de Felipe (ponto **P**) e suas componentes cartesianas. Justifique o sentido do vetor a partir dos cálculos feitos neste item. Use a escala **1 cm: 2 m/s²**.



$x(t) = 20t + 1{,}6t^2$

$y(t) = 15t + 1{,}2t^2$

0,6

Justificativa:

A aceleração é tangente à trajetória (em s(t)) e as componentes são as sombras ax e ay

d) Determine $\vec{v}(t_R)$, velocidade de Felipe quando ele alcança a placa. Dê a resposta na representação analítica.

$s(t) = 1250 - 25t - 2t^2$
$s(t) = 0 = 2t^2 + 25t - 1250$
$t = 19{,}52\,s$

$x'(t) = -20 - 3{,}2.t$
$x'(19{,}52) = -82{,}46\,m/s$
$y'(t) = -15 - 1{,}2.t$
$x'(19{,}52) = -38{,}42\,m/s$

$\vec{v}(t_R) = +82{,}46\,\hat{\imath} + 38{,}42\,\hat{\jmath}$ m/s

0,6

e)O ponto **B** está num trecho da pista perfeitamente horizontal. Ao passar por **B**, Felipe lê, num marcador de velocidades em seu pulso, o valor 95m/s. Usando esse dado, obtenha $\vec{V}_B$, vetor velocidade nesse instante, e escreva-o na representação analítica. Justifique sua resposta.

$\vec{v}_B = 95\,\hat{\imath}$

0,2

Justificativa: Pois nesse instante $v_y = 0$, ou seja a velocidade do vetor é dada por v_x

2ª Questão

Um estudante atira uma carta de amor amarrada a uma pedra para a janela onde Jade, sua namorada, está. Considere que o ângulo de lançamento é de 60° relativamente ao solo. A partir de t=0, instante em que a pedra se solta da mão do estudante, ela passa a mover-se unicamente sob ação da gravidade. Um colega registra num cronômetro o tempo que leva Jade para apanhar a pedra e encontra o valor 1,2s, justo quando a pedra atravessa o vão da janela. Na **FIG.2** vemos a posição da pedra no instante t=0 e o sistema de referência cartesiano no qual o movimento será estudado. Tome ***g=9,8m/s²***.

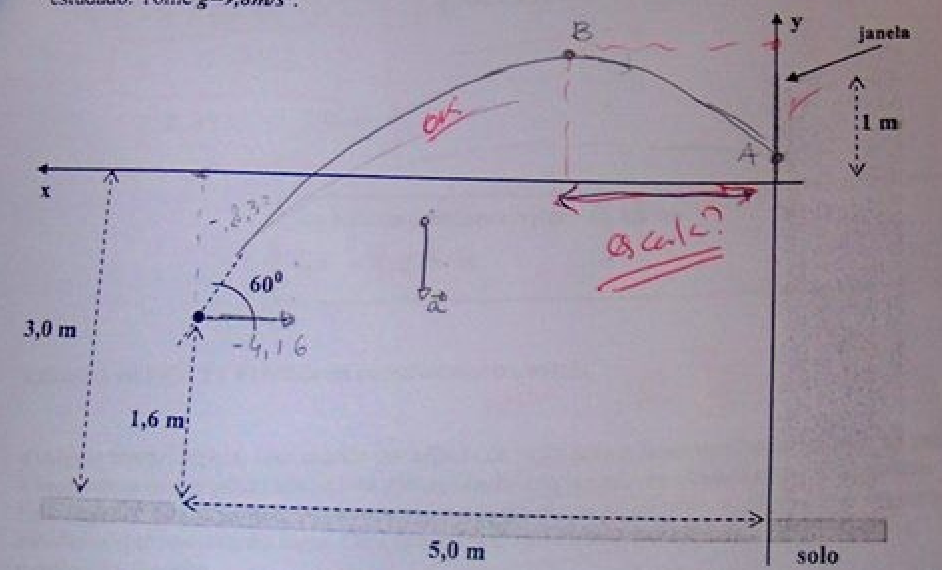


FIG. 2

a)Obtenha as funções x(t) e y(t) que descrevem o movimento da pedra, desde t=0 até o o instante t_f em que ela é apanhada pela namorada. Qual é o módulo v_0, da velocidade de lançamento? Dê as constantes com uma casa decimal.

$x(0) = 5{,}0$

$x(t) = 5 + bt$

$x(1{,}2) = 0 = 5 + b \cdot 1{,}2$

$b = -4{,}16\ m/s$

$x(t) = 5 - 4{,}16t$

$y(t) = -1{,}4 + bt - 4{,}9t^2$

$y(t) = -1{,}4 + 7{,}2t - 4{,}9t^2 = 1$

$y(t) = -1{,}4 + 7{,}2t - 4{,}9t^2$

OK

$v_0^2 = v_x^2 + v_y^2 \quad v_0 = 8{,}32\ m/s$

1,0

$y'(t) = \text{sen}60 \cdot 8{,}32$

$y'(t) = 7{,}2$

x(t) =	$5 - 4{,}2t$
y(t) =	$-1{,}4 + 7{,}2t - 4{,}9t^2$
v_0 =	$8{,}32\ m/s$

b) Dê o valor da grandeza que fornece a posição de P_y no instante em que a pedra está na iminência de ser apanhada por Jade e marque essa posição (A) na **FIG.2**. Encontre $\vec{r}_B$, vetor posição do ponto **B** onde a velocidade da pedra é horizontal e marque esse ponto na **FIG. 2**. Dê as respostas com dois dígitos significativos.

$y'(t) = 0$

$7{,}2 - 9{,}8t = 0$

$\boxed{t = 0{,}735\ s}$

$y(0{,}735) = 1{,}24\ m$

$x'(t) = -4{,}16$

$y'(0{,}735) = 0$

0,4

Símbolo da grandeza e valor: 0,18m = y(t)

$\vec{r}_B$ = ~~$-4{,}2$~~ m/s

c)Esboce na **FIG. 2** a trajetória da pedra entre t=0 e t=1,2s.

0,3

d)Algum tempo depois, Jade manda um bilhete de volta para o estudante, amarrando-o na pedra e lançando-a de um ponto situado no vão da janela e na metade da altura da mesma, que tem 1m. Esse segundo lançamento foi na horizontal e a pedra chega ao chão no ponto onde se encontra o estudante, que não saiu do lugar. Dê a função **y(x)** que descreve a trajetória da pedra nesse movimento de volta

~~$y(0) = 1$~~ 0,5

$a = 9{,}8\ m/s^2$

$y(t) = 1 + 4{,}9t^2$

$y(t) = -3$

$t^2 = 0{,}81$

$\boxed{t = 0{,}9\ s}$

$x(0) = 0$

$x(t) = bt$

$x(0{,}9) = b \cdot 0{,}9 = 5$

$x(t) = 5{,}56\,t$

$t = \frac{x}{5{,}56}$

$y(x) = 1 - 4{,}9\left(\frac{x}{5{,}56}\right)^2$

$y(x) = 1 + 0{,}158x^2$

0,4

Para o segundo lançamento:

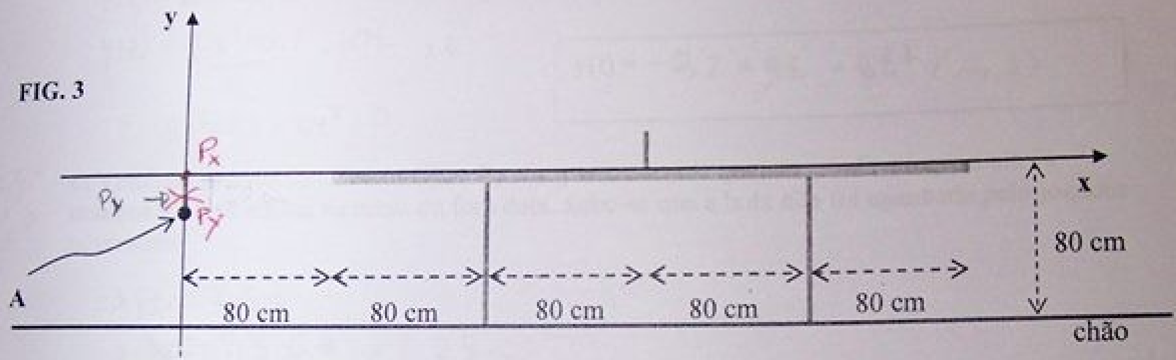
y(x) = ~~$1 - 0{,}158x^2$~~

3ª Questão

Em um jogo de tênis de mesa Caio atinge a bola, rebatendo-a para fazê-la alcançar o outro lado da mesa. No instante t=0 em que a bola se desprende da raquete ela está no ponto **A**, situado 20cm = 0,2m abaixo do tampo da mesa.

Um observador estuda o movimento da bola pela decomposição no sistema de referência mostrado na **FIG.3**. Sabe-se que a altura máxima atingida pela bola, relativamente ao tampo da mesa foi de **1,6m**. A componente horizontal da velocidade inicial da bola no ponto **A** é $\mathbf{v_x(0) = 2{,}5m/s}$. A bola é representada por um ponto **P**. Despreze seu diâmetro, que é muito menor do que as dimensões da mesa. Considere que após perder o contato com a raquete de Caio a bola sofra apenas ação da gravidade e tome $g = \mathbf{10m/s^2}$. O movimento da bola é estudado no intervalo $0 \leq t \leq t_f$, onde t_f é o instante em que a aceleração da bola deixa de ser a da gravidade.

FIG. 3



0,3/0,6 a)Indique na **FIG. 3** as posições de $\mathbf{P_x}$ e o $\mathbf{P_y}$ em t=0. Explique por que o movimento de $\mathbf{P_x}$ é descrito por uma função horária linear em t. Determine essa função demonstrando todos os cálculos necessários.

$P_y = 0{,}2$ $\quad x'(t) = 2{,}5$

$P_x = 0$ $\quad x(t) = 2{,}5t$

x(t) é linear pois não há aceleração em Px no movimento descrito C

x(t) = $2{,}5t$ (m, s)

b) Obtenha a função horária que descreve o movimento de P_y e explique, através de um desenho, de que modo determinou sua aceleração

0,3/0,6

$y(0) = -20cm$ ou $0,2\ m$

$y(t) = -0,2 + bt - 5t^2$

$1,6 = -0,2 + bt - 5t^2$

$b = \frac{5t^2 + 0,2}{t}$

$y'(t) = 0$

$y(t) = b - 10t$

$y(t) = \frac{5t^2 + 0,2}{t} - 10t \quad x t$

$5t^2 + 0,2 - 10t^2 = 0$

$g = |\vec{a}| = 10\ m/s^2$

$t^2 = \frac{0,2}{5} \quad t = 0,2\ s$

$b = \frac{5 \cdot 0,04 - 0,2}{0,2} = 9$

$$\boxed{y(t) = -0,2 + 9t - 5t^2 \ (m,s)}$$

0,5/1,0

c) Verifique através de cálculos (i) se P_x ultrapassou a rede quando a bola atingiu a altura máxima e (ii) se ela cai na mesa ou fora dela. Sabe-se que a bola não foi apanhada pelo jogador adversário.

$x(t) = 2,5t$

$x(0,9) = 2,5 \cdot 0,9 = 2,25\ m$

EP

rede = 3,2m

Não ultrapassou a rede

$y(t) = 0 = -0,2 + 9t - 5t^2$

$5t^2 - 9t + 0,2$ EP

$t = 1,782\ s$

$x(1,782) = 4,45$

mesa = 4 m

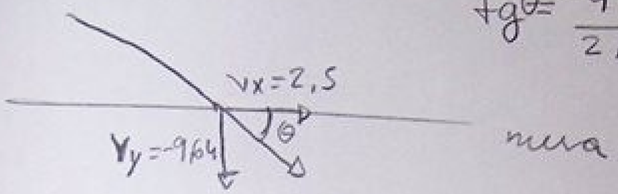
(i) Não ultrapassou a rede

(ii) caiu fora da mesa

d) Utilizando uma grandeza apropriada, dê a inclinação relativamente à horizontal com que a bola atinge a mesa ou o chão. Explique seu raciocínio através de um desenho.

0,3/0,6

$$tg\theta = \frac{-9,64}{2,5} = -3,86$$



$y(t) = -0,2 + 9t - 5t^2$

chão = -0,8

CP

$y(t) = -0,2 + 9t - 5t^2 = -0,8$

$5t^2 - 9t + 0,6$

$\boxed{t = 1,864\,s}$

Resposta: ~~inclinação~~ -3,86

$x'(t) = 2,5$

$y'(t) = 9 - 10t^2$

$y'(1,864) = 9 - 18,64 = -9,64$