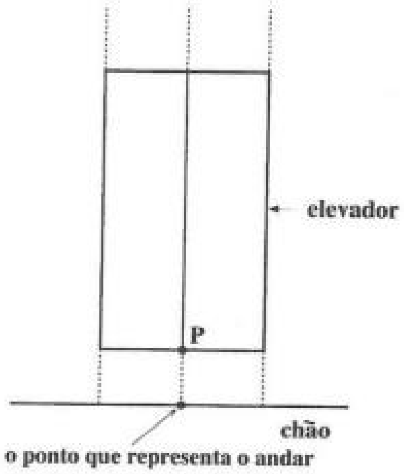
1ª Questão

O movimento de um elevador num prédio de 10 andares foi estudado por um observador. O elevador é representado por um ponto que fica no chão do elevador no lado da porta (ponto **P**), enquanto que as posições dos andares estão representadas por um ponto que está no chão de cada andar; considere que as posições dos andares coincidem com o ponto **P** quando o elevador pára naquele andar (veja a figura abaixo que mostra esquematicamente o elevador e o chão de um dos andares). O observador escolheu, como ponto de referência, a posição do 5° andar. A convenção de sinais foi escolhida para que a coordenada de posição inicial (em $t = t_1 = 0$) do elevador seja positiva; o observador usa a letra **s** para descrever a coordenada de posição. A **Tabela 1** mostra a amostragem de tempo e as posições do elevador segundo esse observador. Suponha que as distâncias entre andares consecutivos são todas iguais e valem 4,0 m.



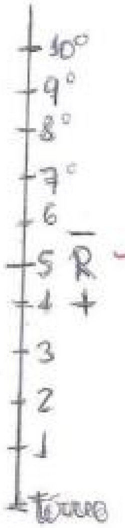


Tabela 1

t (s)	Posição (andar)	$s_{exp}(t)$ (m)
$t_1 = 0,0$	2	+12
$t_2 = 11,0$	6	−4,0
$t_3 = 22,0$	8	−12
$t_4 = 42,0$	9	−16
$t_5 = 68,0$	8	−12
$t_6 = 88,0$	4	+4,0
$t_7 = 110,0$	7	−8,0
$t_8 = 145,0$	3	+8,0

0,7

a) No espaço ao lado da **Tabela 1**, faça um desenho esquemático da reta suporte (escala livre), indicando as posições de cada andar (1 a 10), incluindo também o andar térreo, o ponto de referência (R), a convenção de sinais escolhida pelo observador e a posição inicial (ponto A) do elevador. Complete também a **Tabela 1** fornecendo os valores das coordenadas de posição da amostragem, $s_{exp}(t)$.

b) No papel milimetrado, faça o gráfico da amostragem, $s_{exp}(t)$.

0,8

c) O modelo matemático, s(t), para descrever o movimento do elevador foi construído unindo por retas pontos sucessivos da amostragem. Faça no mesmo papel que foi usado no item anterior o gráfico do modelo matemático, s(t). Segundo esse modelo matemático, em que instante de tempo o elevador passa pela segunda vez no 7º andar? Obtenha a resposta (aproximada) através do gráfico sem fazer os cálculos.

0,7

t = 72 s

d) Para descrever o movimento do elevador no intervalo de tempo entre 0 e 42,0 s, usando o primeiro, o segundo e o quarto pontos da amostragem, foi construído outro modelo matemático, desta vez quadrático, isto é $s_Q(t) = a + b\,t + ct^2$. Fazendo os cálculos necessários, obtenha os valores de a, b e c e a função $s_Q(t)$. **Dê a resposta com 3 dígitos significativos.**

$S_q(t) = a + bt + ct^2$

$S_q(0) = 12 = a + \cancel{b.0 + c.0^2}$

$a = 12$

$S_q(11) = 12 + b.11 + c11^2 = -4 \div 11$

$S_q(42) = 12 + b.42 + c42^2 = -16 \div 42$

$\frac{16}{11} + \cancel{b} + 11c =$

$\frac{28}{42} + \cancel{b} + 42c =$

$\frac{28}{42} - \frac{16}{11} + 42c - 11c = 0$

$\frac{132 - 504}{462} + 31c =$

$c = 0,025$

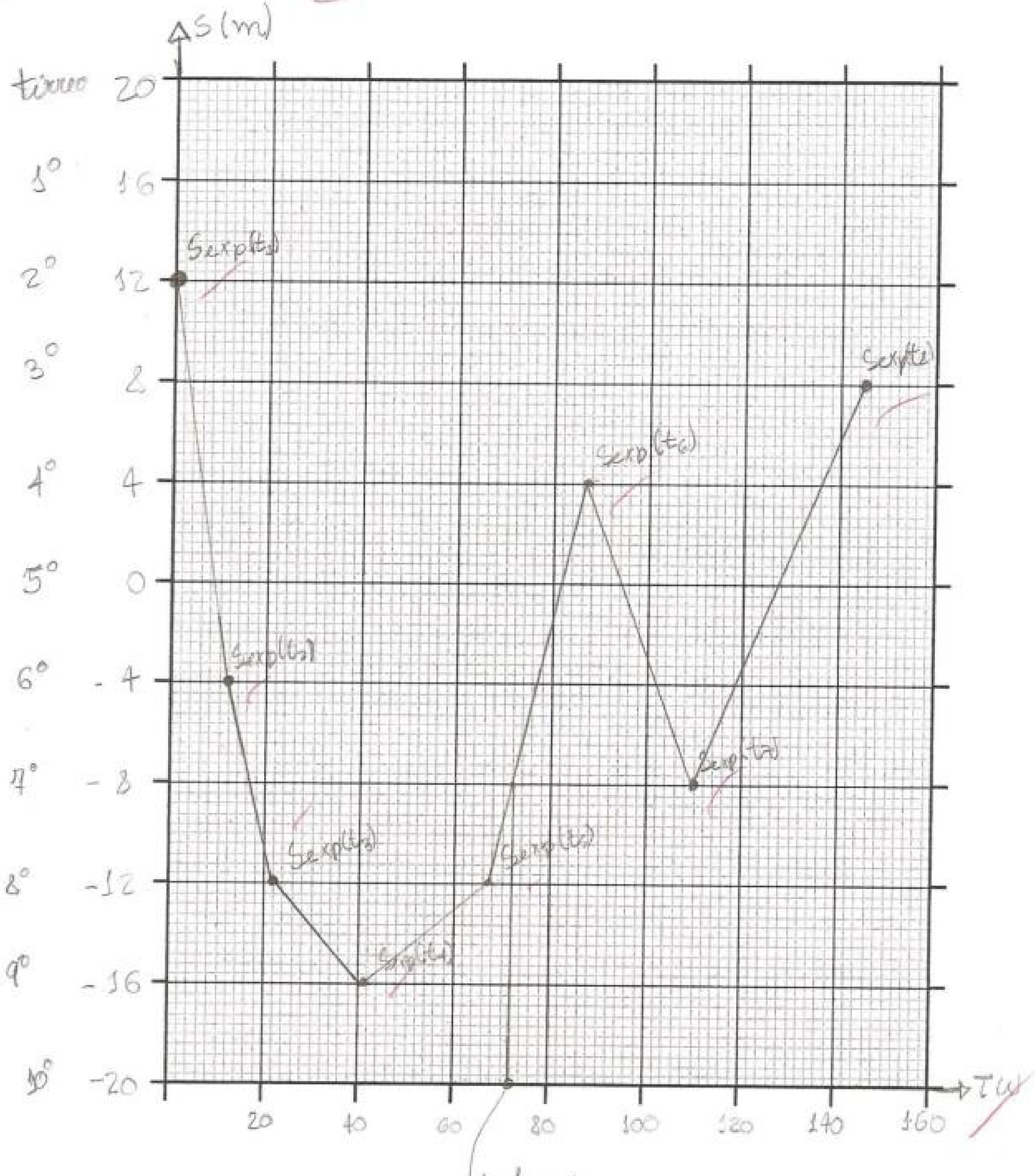
$S_q(11) = 12 + 11b + 0,0254 \cdot 121 = -4$

$b = -1,73$

$S_q(t) = 12 - 1,74\ 0,0254t^2$

0,8

$s_Q(t) =$ $12 - 1,74t + 0,0254t^2$ (m, s)


S (m)
T (s)
térreo
1°
2°
3°
4°
5°
6°
7°
8°
9°
10°
20
16
12
8
4
0
- 4
- 8
-12
- 16
-20
20
40
60
80
100
120
140
160
elevador para pela
2ª vez pelo 7° andar

2ª Questão

Num trilho de ar, inclinado, um garoto lança para cima um carrinho (carrinho **1**) com a velocidade inicial de módulo igual a **50,0 cm/s**. Assim que perde o contato com a mão do garoto (t=0), o carrinho passa a sofrer aceleração causada pela inclinação do trilho. Seu módulo vale **30,0 cm/s²**. A referência **R** adotada pelo garoto (observador) coincide com a posição inicial do carrinho **1** e a convenção de sinais é tal que a velocidade inicial desse carrinho seja negativa. No mesmo trilho existe um outro carrinho (carrinho **2**) que funciona com um motor e anda com velocidade constante igual a **10,0 cm/s** (positiva). As posições dos carrinhos **1** e **2** são representadas pelos pontos **P** e **Q**, respectivamente, que ficam nas suas extremidades como mostrado na **FIG.2**. A **FIG.2** mostra a referência R, a reta suporte da trajetória dos carrinhos bem como posições dos mesmos num instante de tempo qualquer diferente de zero. No instante t = 1,0 s, o carrinho **2** está na coordenada de posição igual a **30 cm**. A figura está fora de escala, não a use para tomar os dados. O movimento foi estudado desde t=0 até t=t_f, que será definido posteriormente. **Dê todas as respostas com 2 dígitos significativos, menos o item d).**

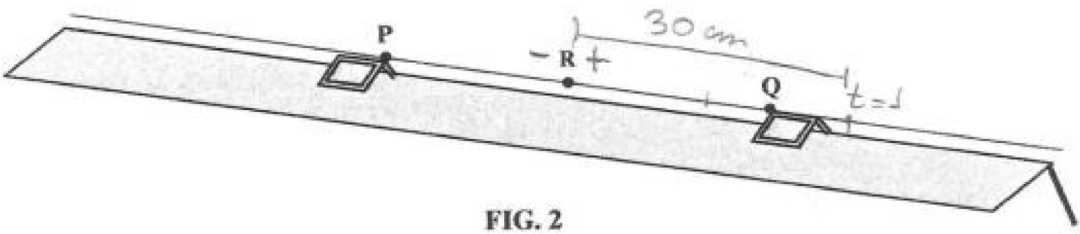


FIG. 2

a) Indique na **FIG.2** a convenção de sinais adotada pelo observador. Encontre as funções coordenadas de posição do carrinho **1** e carrinho **2**, respectivamente $s_1(t)$ e $s_2(t)$ e as funções velocidade deles, respectivamente $v_1(t)$ e $v_2(t)$.

$S_1(t) = \alpha + Bt + ct^2$

$S_1(0) = 0$

$V_1(0) = -50$

$a_1(0) = 30$

$S_1(t) = -50t + 15t^2$

$\to V_1(0) = -50 + 30t$

$S_2(t) = \alpha + Bt \quad V_2(0) = 10$

$S_2(1) = 10 + B = 30$

$B = 20$

$S_2(t) = 20 + 10t$

$\to V_2(t) = 10$

$s_1(t) = -50t + 15t^2$	(m, s)
$s_2(t) = 20 + 10t$	(m, s)
$v_1(t) = -50 + 30t$	(m/s, s)
$v_2(t) = 10$	(m/s, s)

b) Seja $\overline{V}_{0\to ta}$ a velocidade média entre t = 0 e **t = t_a** do carrinho **1. Obtenha o instante de** tempo t_a para o qual $\overline{V}_{0\to ta}$ = $v_2(t_a)$. Obtenha também o instante de tempo t_b quando as velocidades instantâneas dos carrinhos 1 e 2 são iguais, ou seja, $v_1(t_b) = v_2(t_b)$.

$$\frac{S_1(ta) = (-50ta + 15ta^2) - 0}{ta - 0} = V_2(ta) = 10$$

$$\frac{ta(-50 + 15ta)}{ta} = 10 \qquad 15ta = 60$$

$$ta = 4\,s$$

$$V_1(t_b) = V_2(t_b)$$

$$-50 + 30t_b = 10$$

$$30t_b = 60$$

$$t_b = 2$$

t_a = 4 s
t_b = 2 s

c) Em que instante de tempo, t_f, e em que ponto da trajetória se dá o encontro do carrinho 1 com o carrinho 2? Qual a velocidade do carrinho 1 neste instante?

$$S_1(t) = S_2(t) \quad 63\ cm$$

$$-50t + 15t^2 = 20 + 10t$$

$$15t^2 - 60t - 20 = 0 \;/5$$

$$3t^2 - 12t - 4 = 0$$

$$\Delta = -12^2 - 4.3.-4$$

$$\Delta = 144 + 48 = 192$$

$$t = \frac{12 \pm 13{,}8}{2.3} = 4{,}31\,s$$

$$V_1(4{,}3s) = -50 + 30.4{,}31$$

t_f = 4,31 s
ponto de encontro: 63 cm

$v_1(t_f)$ = 79,3 cm/s

d) Calcule a distância total (entre t=0 e t=t_f) percorrida pelo carrinho **1. Dê a resposta com 3 dígitos significativos.**

$$V_1(t) = 0 = -50 + 30t$$

$$t = 5/3\,s$$

$$S_1(5/3) = -50\tfrac{5}{3} + 15.(5/3)^2$$

$$S_1(5/3) = -41{,}7\ cm$$

$$S_1(4{,}3s) = 63{,}1\,cm$$

faltou a volta!

04/05

distância percorrida $2 \times 41{,}7 + 63{,}1 = 105\ cm$

distância total percorrida total do carrinho 1 : 105 cm

3ª Questão

Um carro desloca-se ao longo de uma estrada retilínea. O motorista aciona o freio quando vê uma rampa à sua frente. **Dê todas as respostas com 3 dígitos significativos.**

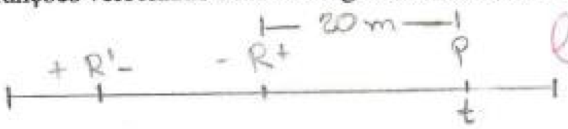
O observador 1 (coordenada de posição s(t)) escolhe como referência **R** o ponto da estrada em que o motorista aciona o freio. Sua convenção de sinais é tal que a velocidade do carro é positiva.

O observador 2 (coordenada de posição y(t)) escolhe como referência **R'** um ponto situado a 10,0 m de **R**, como mostra a **FIG. 3**. Sua convenção de sinais é tal que a velocidade do carro é negativa.

FIG. 3

Durante 4,20s o carro diminui a velocidade uniformemente, isto é, com aceleração constante, cujo módulo é igual a 5,60 m/s^2. Os pneus deixam no asfalto uma marca de 62,4 m de comprimento, a qual chega até a base da rampa. Seja t=0 o instante em que o motorista aciona o freio.

a) Relacione **s(t), y(t)** e **$s_{R'}$**. Faça um desenho para justificar sua solução. Relacione também as funções velocidade do carro segundo cada observador.



+0,1

$s(t) = 20$

$y(t) = -30$

$s_{R'} = -10$

$V_R(t) = -V_{R'}(t)$ +0,1

$|s(t)| - |y(t)| = s_{R'}$

$s(t) + y(t) = s_{R'}$ +0,1

b) Dê os valores da coordenada de posição e da velocidade em t=0 para cada um dos observadores.

$s(0) = 0$

$y(0) = -10\,m$

$s(t) = Bt + ct^2$ $c = 2,80$ $s(t) = 26,6t - 2,8t^2$

$a(t) = 5,60\,m/s^2$

$s(4,20) = B \cdot 4,20 - 2,80(4,20)^2 = 62,4$

$B = \frac{111,8}{4,2} = 26,6$

$y(t) = -10 - 26,6t + 2,8t^2$

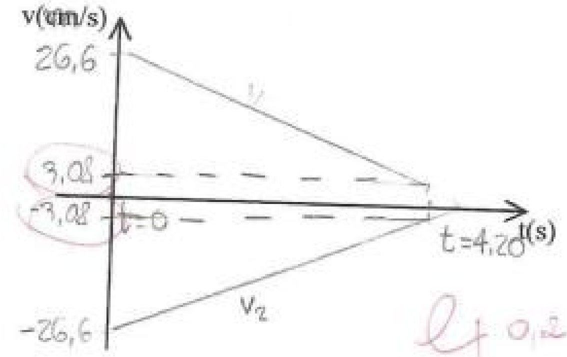
$V_1(4,2) = 26,6 - 5,6 \cdot 4,2 = 3,08\,m/s$ +0,2

+0,1 +0,1

s(0) = 0 y(0) = −10m

velocidade inicial = 26,6m/s +0,1 para o observador 1
velocidade inicial = −26,6m/s +0,1 para o observador 2

c) Faça abaixo, no mesmo sistema de eixos, os gráficos simplificados da velocidade do carro para cada observador, no intervalo t=0 a t=4,20s. Indique em cada gráfico, os valores das velocidades inicial e final.

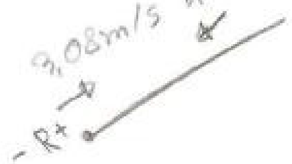


cálculo de vf?

+ 0,2

Na base da rampa o motorista desliga o motor e solta o freio. O carro então sofre uma aceleração constante de módulo 1,00 m/s^2 enquanto sobe.

d) Nestas condições, qual a máxima distância em relação à base da rampa que o carro consegue atingir? Para este item (d) convém escolher uma terceira referência R'' na base da rampa, sendo a convenção de sinais tal que a velocidade do carro na rampa é positiva, e recomeçar a contagem do tempo no momento em que começa a subida, isto é, t = 0 no momento da subida.



$S(t) = 3{,}08t - 0{,}5t^2$

$V(t) = 3{,}08 - 1t$

$V(t) = 0$

$t = 3{,}08\,s$

$S(t) = 3{,}08^2 - 0{,}5 \cdot (3{,}08)^2$

$S(t) = 4{,}74$

Resposta: 4,74m +0,9