P3 - 2008.1

1ª Questão: (3,5)

Uma barra condutora desloca-se sobre trilhos, separados por uma distância **d** (mantendo-se perpendicular a eles) com uma velocidade v(t) que obedece a equação :

$\vec{v}(t) = v_0\left(1-\exp(-t/T_0)\right)\hat{x}$

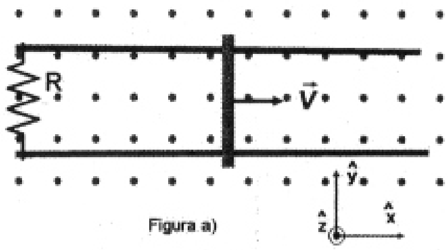


Figura a)

O campo magnético (Figura a) aponta para fora do papel e vale: $\vec{B} = B_0\ \hat{z}$ (onde B_0 é uma constante).

a) **(0,5)** Qual será o sentido (horário ou anti-horário) da corrente induzida no circuito, devido ao movimento da barra? Justifique as suas afirmações.

b) **(0,7)** Calcule o fluxo magnético (em função do tempo) na área formada pelos trilhos, a barra e a resistência R, supondo que no instante t=0, a área é nula. *Lembrete:* $\int_0 dt\, e^{-t/T_0} = T_0\left(1-e^{-t/T_0}\right)$

c) **(0,8)** Calcule a corrente induzida na resistência R, supondo que tanto os trilhos quanto a barra tem resistência elétrica desprezível.

Suponha agora que os trilhos estão inclinados, formando um ângulo **θ** com a horizontal (Figura b) e que a barra, de massa **M,** ainda deslize pelos trilhos sem atrito.

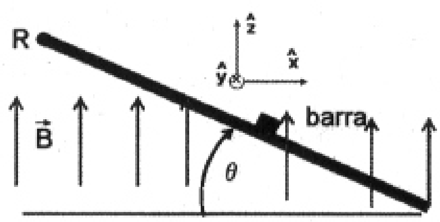


Figura b)

d) **(0,5)** Indique, num desenho, todas as forças que estão agindo sobre a barra no instante em que tiver atingido uma velocidade **v** ;

e) **(1,0)** Após deslizar por bastante tempo a barra irá atingir uma velocidade constante. Calcule o valor desta velocidade.

RESOLUÇÃO

QUESTÃO 1

a) Como a velocidade da barra aumenta, a partir de zero até atingir v_0 o fluxo de campo magnético está aumentando (porque a área está aumentando). Portanto o campo magnético induzido pela corrente irá se opor ao sentido do campo externo. O que implica que a corrente terá sentido HORÁRIO (regra da mão direita).

b) A variação do fluxo é dada por

$$d\Phi_B = Bd\,dx \Rightarrow \Phi_B = Bd\int_0^t dx = Bd\int_0^t v\,dt$$

$$\Phi_B = Bdv_0\int_0^t (1-e^{-t/T_0})\,dt$$

como $\int_0^t dt\, e^{-t/T_0} = T_0(1-e^{-t/T_0})$

$$\Phi_B = Bdv_0\,(t - T_0 + T_0\,e^{t/T_0})$$

$$\Phi_B = Bdv_0T_0\left(\frac{t}{T_0} - 1 + e^{-t/T_0}\right)$$

c) $$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = Bdv_0(1-e^{-t/T_0})$$

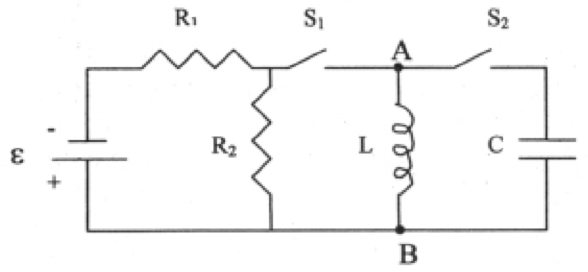
$$I = \varepsilon/R = \frac{Bdv_0}{R}(1-e^{-t/T_0})$$

d)

2^a Questão: (3,5)

No circuito da figura abaixo inicialmente <u>não há corrente</u> no indutor e <u>nem carga</u> no capacitor. Neste circuito temos as seguintes fases <u>sucessivas</u>:

<u>Fase 1</u> : chave S_1 fechada por muito tempo e S_2 aberta.
<u>Fase 2</u> : chave S_1 é aberta e S_2 é fechada durante longo tempo.



Considerando $\varepsilon = 12$ V, $R_1 = R_2 = 1{,}2$ KΩ, $L = 10^{-3}$ H e $C = 10^{-9}$ F, determine:

a) **(0,5)** A intensidade e o sentido (A→B ou B→A) da corrente no indutor na fase 1.
b) **(0,5)** A energia armazenada no indutor na fase 1.
c) **(0,5)** A corrente instantânea (função do tempo) no indutor durante a fase 2.
d) **(0,5)** As d.d.p. instantâneas no indutor e capacitor durante a fase 2.
e) **(0,5)** As energias instantâneas armazenadas no indutor e capacitor durante a fase 2.
f) **(0,5)** A soma das energias instantâneas do indutor e capacitor.
g) **(0,5)** Se durante a fase 2 um resistor for inserido em paralelo com L e C , qual é a energia dissipada nele após longo tempo?

RESOLUÇÃO

a) Final da fase 1: indutor como "curto" $\Rightarrow$ $\mathbf{i_L = i_L}$ **máxima** $= \varepsilon / R_1 = 12/1{,}2 = \mathbf{10^{-2}\ A}$

b) $U_L = \frac{1}{2} L\,(i_{max})^2 = \frac{1}{2}\, 10^{-3} \times 10^{-4} = \mathbf{5x10^{-8}}$ J

c) $\mathbf{i(t)} = i_{L\ \text{máxima}}\ \mathbf{\cos(wt) = 0{,}01 \cos(10^6 t)}$ A

$$\omega = 1 / \sqrt{LC} = 10^{6} \ \text{rad / s}$$

d) L e C em paralelo$\Rightarrow$ $\mathbf{V_L(t) = V_C(t)} = - L\, di_L/dt = 10^{-3} x 10^{-2}\, w \text{ sen}(wt) = \mathbf{10\ sen\,(10^6 t)}$ V

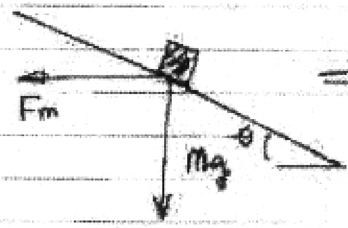
e) $\mathbf{U_L(t)} = \frac{1}{2} L\, i^2(t) = \mathbf{5x10^{-8} \cos^2(10^6 t)}$ J

$\mathbf{U_C(t)} = \frac{1}{2} C\, \mathbf{V_C^2(t)} = = \mathbf{5x10^{-8}\ sen^2\,(10^6 t)}$ J

f) $\mathbf{U_C(t) + U_L(t) = U_L}(0) = \mathbf{5x10^{-8}}$ J

g) Energia dissipada = $\mathbf{5x10^{-8}}$ J

e) Quando a velocidade da barra for constante todas as forças estão em equilíbrio. Portanto



$$\Rightarrow F_m \cos\theta = Mg \sin\theta$$

A força magnética é dada por

$$F_m = I d B \quad e \quad I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{1}{R}\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$I = \frac{1}{R} B d v \cos\theta$$ (a velocidade deve ser projetada na horizontal)

$$F_m = \frac{B d^2 v \cos\theta}{R} \quad e$$

$$\frac{B d^2 v}{R} \cos^2\theta = mg \sin\theta \quad e$$

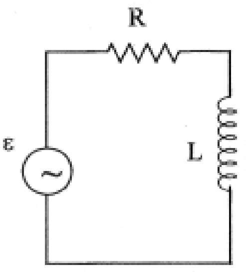
$$\boxed{v = \frac{MgR}{Bd^2} \frac{\sin\theta}{\cos^2\theta}}$$

3ª Questão: (3,0)

O enrolamento de um motor pode ser considerado formado por uma indutância L = 25 mH e uma resistência R = 10 Ω. Este motor deve ser ligado na tomada da rede elétrica (ε_{rms} = 140 V, ω = 400 rad/s; onde *rms* = valor quadrático médio)

a) **(1,0)** Desenhe o circuito elétrico correspondente a esta ligação e calcule a impedância total do circuito do motor.
b) **(0,5)** Faça um diagrama de fasores, indicando o fasor correspondente à tensão e corrente no motor.
c) **(0,5)** Qual é a potência média fornecida pelo gerador ao motor?
d) **(0,5)** Qual é o valor da capacitância que deve ser acrescentada ao circuito para que a eficiência seja a maior possível?
e) **(0,5)** Qual é a potência transferida ao motor na condição do item d)?

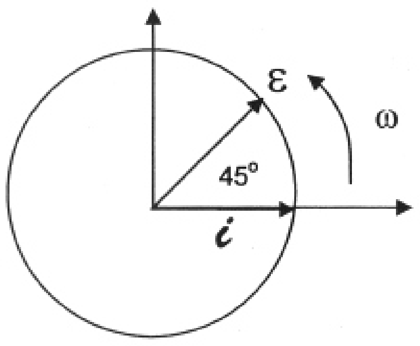
RESOLUÇÃO



a) R = 10 Ω $\qquad X_L = \omega L = 400 \times 25 \times 10^{-3} = 10\ \Omega$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = 10\sqrt{2} \approx 14\Omega$$

b)



$$tg\phi = \frac{X_L}{R} = 1$$

$$\phi = 45°$$

c) $$i_{rms} = \frac{E}{Z} = \frac{140}{10\sqrt{2}} = 7\sqrt{2} \approx 10A$$

$$< P >= E_{rms}\, i_{rms} \cos\phi = 140 \times 7\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 980\, W \approx 1000\, W$$

d) $$X_C = \frac{1}{\omega C} = 10\Omega \qquad C = \frac{1}{400 \times 10} = 2{,}5 \times 10^{-4} F$$

e) Se $X_L = X_C$ então Z = R e i = 14 A.

Logo, $< P >= 140 \times 14 = 1960W \approx 2000\, W$