PUC-RIO – CB-CTC

P4 DE ELETROMAGNETISMO – 11.12.09 – sexta-feira

Nome :____

Assinatura: ____

Matrícula:_____________________________________Turma:_______________

<u>NÃO SERÃO ACEITAS RESPOSTAS SEM JUSTIFICATIVAS E CÁLCULOS EXPLÍCITOS.</u>

<u>Não é permitido destacar folhas da prova</u>

Questão	**Valor**	**Grau**	**Revisão**
1ª Questão	3,5		
2ª Questão	3,5		
3ª Questão	3,0		
Total	10,0		

<u>A prova só poderá ser feita a lápis, caneta azul ou preta e NÃO é permitido o uso de calculadoras eletrônicas.</u>

Formulário:

<u>Volumes</u>: $\frac{4}{3}\pi R^3$ (Esfera de raio R)

$\pi R^2 L$ (Cilindro de raio R e comprimento L)

<u>Superfícies</u>: $4\pi R^2$ (Esfera de raio R)

$2\pi RL$ (Cilindro de raio R e comprimento L)

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}} = \ln\left(\frac{x}{2}+\frac{\sqrt{x^2+a^2}}{2}\right) \qquad \int \frac{dx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2(x^2+a^2)^{1/2}} \qquad \int \frac{xdx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = -\frac{1}{(x^2+a^2)^{1/2}}$$

$\varepsilon_0 = 9 \times 10^{-12}\ C^2 / (N\ m^2)$
$k = 9 \times 10^{9}\ N\ m^2 / C^2$

1^a Questão: (3.5)

Parte 1

Considere duas cargas elétricas, q_1 e q_2, posicionadas sobre o eixo *x*. A carga $q_1 = 2$ C esta na posição $x_1 = 0$ e a carga $q_2 = -3$ C esta na posição $x_2 = -2$ m.

a) Encontre as posições no eixo *x* onde o campo elétrico é nulo.

b) Na mesma situação do item a), calcule as posições no eixo *x* onde o potencial elétrico é nulo.

Respostas:

(a) Sobre o eixo *x* o campo total é $E_T = E_1 + E_2 = K\,[\,2/x^2 - 3/(x+2)^2]$ somente para $x>0$ e $x<-2$. Entre as cargas o campo total é a soma dos módulos. Se $E_T = 0$ então:

$2/x^2 = 3/(x+2)^2 \rightarrow (x+2)^2 = 1{,}5\,x^2 \rightarrow x+2 = \pm\sqrt{(1{,}5)}x \rightarrow$ Temos duas soluções:

$X_1 = 2 / (1{,}22 - 1) = 8{,}9$ e $X_2 = 2 / (-1{,}22 - 1) = -0{,}9$. Porem a única solução física é X_1 pois para as posições entre as cargas elétricas os vetores de campo se somam e não existe $E_T = 0$. Assim, X_2 não é possível.

(b) Agora o potencial total é $\varphi_T = \varphi_1 + \varphi_2 = K[\,2/|x| - 3/|x+2|]$. Se $\varphi_T = 0$ então $2/|x| = 3/|x+2|$. Assim:

$|x+2| = 1{,}5\,|x|$. Novamente temos duas possibilidades:

$x > 0$ e $x+2 > 0$: $x+2 = 1{,}5\,x \rightarrow x = 2/0{,}5 = 4$

$x<0$ e $x+2>0$: $x+2 = -1{,}5\,x \rightarrow x = -2/2{,}5 = -0{,}8$

Parte 2

Seja um fio infinito de material isolante carregado eletricamente, com uma distribuição de carga uniforme λ_1. O fio esta posicionado sobre o eixo *z*. Um outro fio de material isolante, com uma distribuição de carga λ_2 e comprimento L, esta posicionado no plano *xy*, paralelo ao eixo *y* e a uma distancia D do mesmo eixo. O centro deste fio menor esta na posição z = 0, y = 0 e x = D.

c) Através da Lei de Gauss calcule o campo elétrico do fio infinito com densidade de carga λ_1.

d) Calcule a força elétrica do fio infinito sobre o fio de comprimento L.

Respostas.

(c) Por simetria escolhemos uma superfície Gaussiana cilíndrica, com o fio infinito no eixo do cilindro. Então

$\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \dfrac{Q_T}{\varepsilon_0}$. Pela simetria o campo é na direção radial perpendicular à linha de carga. Assim

$\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = EA = E2\pi rh$ e $Q_T = \lambda h \rightarrow E2\pi rh = \dfrac{\lambda h}{\varepsilon_0} \rightarrow E = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$

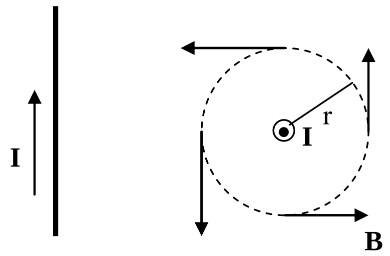
(d) Pela Lei de Gauss sabemos que o campo elétrico gerado pela linha no eixo Z é E = $\lambda/(2\pi\varepsilon_0 r)$, onde r é a distancia entre a linha e o ponto onde queremos calcular o campo. Cada elemento diferencial da outra linha sente a seguinte força:

dF = E*dq = $\lambda\lambda' dy/(2\pi\varepsilon_0 r)$ onde $r = \sqrt{2^2 + y^2}$. Então:

$$F = \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} \frac{\lambda\lambda'}{2\pi\varepsilon_0} \frac{dy}{\sqrt[2]{4+y^2}} = 2\frac{\lambda\lambda'}{2\pi\varepsilon_0}\int_0^{+\frac{L}{2}} \frac{dy}{\sqrt[2]{4+y^2}} \rightarrow F = \frac{\lambda\lambda'}{\pi\varepsilon_0} ln\left(\frac{L}{4} + \frac{\sqrt{16+L^2}}{4}\right)$$

2ª Questão: (3.5)

a) Utilizando a Lei de Ampère, demonstre que o vetor campo magnético de um fio retilíneo longo, percorrido por uma corrente **i,** conforme a figura, tem a direção e sentido mostrados e cuja intensidade é igual a $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$.



b) Determine o vetor **B** no ponto P do eixo de uma calha semicilíndrica de raio R, longa e percorrida por uma corrente total **I** uniforme na sua parede, conforme a Figura 1. (*Sugestão: adapte a solução do item (a) para a calha como sendo composta de uma infinidade de fios condutores retilíneos elementares e tendo a corrente I distribuída uniformemente da longo do semicírculo com densidade de corrente igual a* $\frac{I}{\pi R}$).

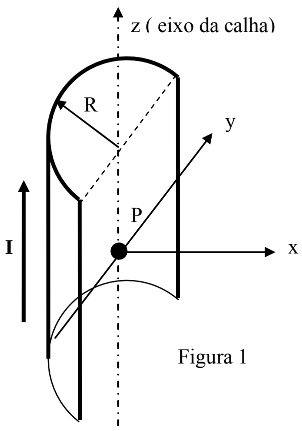


Figura 1

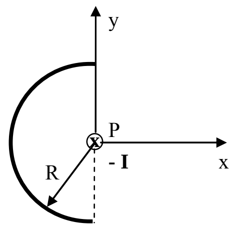
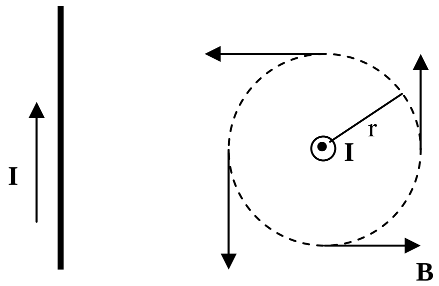


Figura 2

c) Calcule a força magnética sobre um pedaço de fio de comprimento L, localizado no eixo da calha, centrado em P e percorrido por uma corrente **- I ,** conforme Figura 2.

SOLUÇÃO

a) (**1.0**)
- Campo magnético circular e simetria cilíndrica $\Rightarrow$ Lei de Ampére

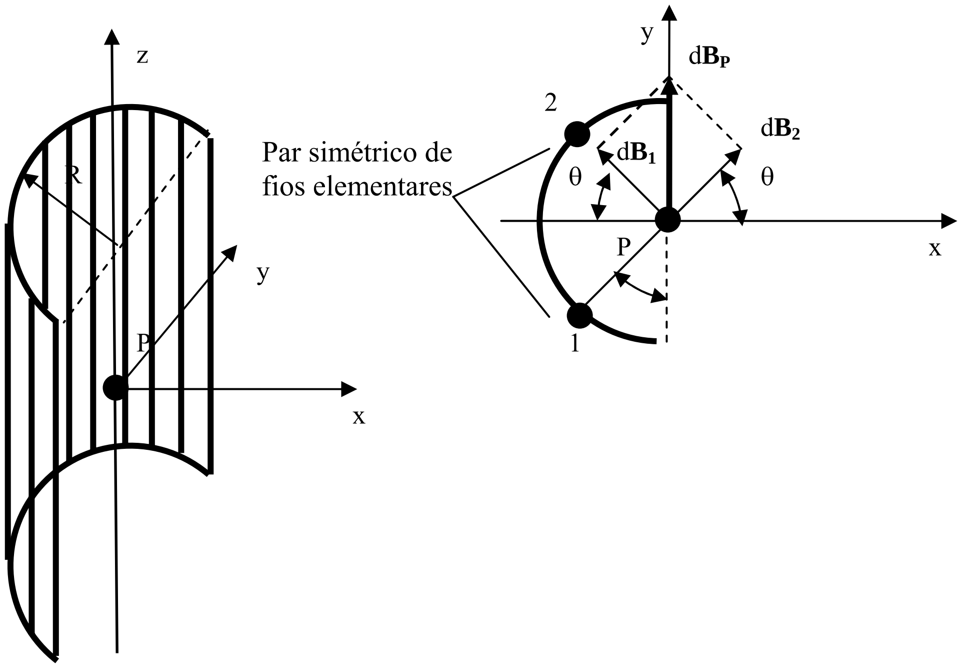


Percurso circular de raio r :

$$\int B\ ds\ \cos\theta = B\ 2\pi r\, r = \mu_o\ I \quad (\cos\theta = 1,\ \text{B constante})$$

$B = \dfrac{\mu_0\ I}{2\pi\ r}$ e sentido anti-horário pela regra da mão direita.

b) (**1.5**)



$$dB_1 = dB_2 = dB = \frac{\mu_O\, dI}{2\pi\ R} \quad ; \quad dI = \frac{I}{\pi\ R}(R\, d\theta) \ = \frac{I\ d\theta}{\pi}$$

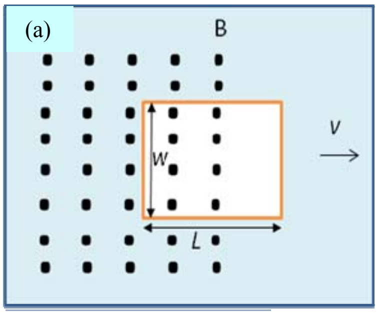
$$d\overline{B_P} = 2\ dB\ sen\theta\ \overline{y} = \frac{\mu_O I\ sen\theta\, d\theta}{\pi^2\ R}\overline{y} \quad \Rightarrow \overline{B_P} = \int_0^{\pi/2} \frac{\mu_O\ I\ sen\theta}{\pi^2\ R}\ d\theta\ \overline{y} = \frac{\mu_O\ I}{\pi^2 R}\ \overline{y} \quad \text{T}$$

c) (**1.0**) $\overline{F} = -I\ L\ \overline{z}\ \ x\ B\overline{y} = \dfrac{\mu_O\ L\ I^2}{\pi^2 R}\ \overline{x}$ N

3ª Questão: (3.0)

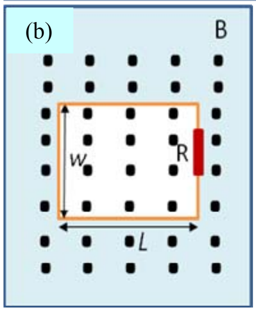
Em 1831 Michael Faraday realizou as três experiências descritas na figura abaixo. Na experiência (a), Faraday movimentou uma espira fechada de largura *w* e comprimento *L*, com velocidade *v* em relação a um referencial fixo no solo em uma região do espaço contento campo magnético. Na experiência (b) Faraday alterou a intensidade do campo magnético enquanto manteve a expira e o imã parados em relação ao solo, e observou a intensidade da corrente fluindo pelo resistor *R*. Na experiência (c) Faraday movimentou o imã com uma velocidade *v* em relação ao referencial fixo no solo, mantendo imóvel a espira.

Faraday concluiu que:



a) (**1.0**) na experiência (a), veja a figura, o campo magnético fazia força sobre as cargas em movimento gerando então uma força eletromotriz. Se a espira tem comprimento L e largura w, calcule esta <u>força eletromotriz do movimento e o sentido da corrente na espira</u>;

A força que o campo magnético faz sobre as cargas em movimento, na situação mostrada na figura, é dada por: $F_B = q\, v \times B = qvB$ *sendo que em equilíbrio* $qE = qvB$ *então* $E = vB$. *Como* $V = Ew$ *temos que* $V = \varepsilon = vBw$. ***A corrente circula pela espira no sentido anti-horário***.

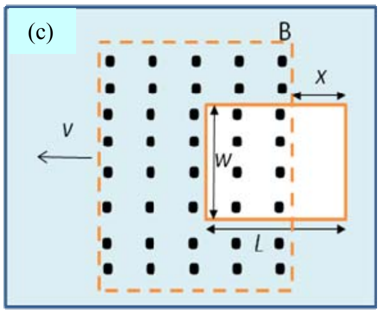


b) (**1.0**) na experiência (b), Faraday resolveu modificar a intensidade do campo magnético. Se a intensidade do campo magnético muda com o tempo da forma $B(t) = B_0 - \alpha t^2$, <u>determine a intensidade da corrente elétrica que passa no circuito.</u>

$$\varepsilon = -d\phi_m/dt \rightarrow \varepsilon = -d(BwL)/dt \rightarrow \varepsilon = -wL\, dB/dt \rightarrow \varepsilon = 2wL\alpha t.$$

A corrente fluindo pelo circuito é dada por:

$$I = \varepsilon/R \rightarrow \mathbf{I = 2wL\alpha t/R.}$$



c) (**1.0**) na experiência (c), como a espira permanecia parada, Faraday concluiu que o campo magnético não era capaz de realizar força sobre estas cargas. Ele concluiu que um campo elétrico era gerado na espira de forma a movimentar as cargas elétricas. Neste caso, <u>calcule a intensidade deste campo elétrico</u>. (*Sugestão: lembre-se da relação entre f.e.m. induzida e campo elétrico*).

$$\oint \vec{E}\cdot\vec{dl} = -\frac{d}{dt}\phi_m = \oint E\,dl = -\frac{d}{dt}Bw(L-x).\ \text{Logo, } E\oint dl = -\frac{d}{dt}Bw(L-x) \text{ então,}$$

$$E\,2(w+L) = -B\,w\,(-v) \rightarrow \mathbf{E = \{Bwv/[2(w+L)]\}}$$