G3 MAT158 Cálculo B 21de junho de 2010 2ª parte

Gabarito

1) Integrais:

a) $\int_{-\infty}^{1} x\, e^{3x} \quad dx = \lim_{a\to-\infty} \int_{a}^{1} xe^{3x}\ dx$ integrando por partes com $u = x$ e $dv = e^{3x}\,dx$ temos $\frac{x\,e^{3x}}{3} - \frac{e^{3x}}{9}\Big]_{a}^{1} = \frac{3e^3 - e^3}{9} - \lim_{a\to-\infty} \frac{e^{3a}a}{3} - \frac{e^{3a}}{9}$ Usamos a regra de Lhospital na primeira parte do limite, mas o limite todo é zero logo a integral pedida vale $\frac{2e^3}{9}$

b) $\int_{0}^{1} \frac{(\ln(x))^2}{x} \quad dx = \lim_{a\to0^+} \int_{a}^{1} \frac{(\ln(x))^2}{x}\ dx$ pois o integrando não esta definido em x=0. Fazendo a substituição $u = \ln(x)$ a integral fica $\lim_{a\to0^+} \frac{(\ln(x))^3}{3}\Big]_{a}^{1} = 0 - \infty$ Logo a integral imprópria diverge.

2) Determine o comprimento de arco do gráfico de $f(x) = \int_4^x \sqrt{t-1}\,dt$ de $(4,0)$ a $(9, f(9))$. $f'(x) = \sqrt{x-1}$ Logo o comprimento $L = \int_4^9 \sqrt{1 + \left(\sqrt{x-1}\right)^2}\,dx$=$\int_4^9 \sqrt{x}\ dx = \frac{2x^{3/2}}{3}\Big]_4^9 = \frac{38}{3}$

3) Considere a equação diferencial $y' + 2xy = y$

a) Encontre a solução geral $\frac{dy}{dx} = y(1-2x)$ logo $\int \frac{1}{y}dy = \int 1 - 2x\,dx$ e $ln|y| = x - x^2 + C$ portanto $y = De^{x-x^2}$

b) Determine, se houver, soluções de equilíbrio $\lim_{x\to\infty} De^{x-x^2} = 0$ y=0 é solução de equilíbrio $\frac{dy}{dx} = 0$

c) Resolva o problema de valor inicial com $y(0) = \pi$ $= De^0 = D$ logo $y = \pi e^{x-x^2}$