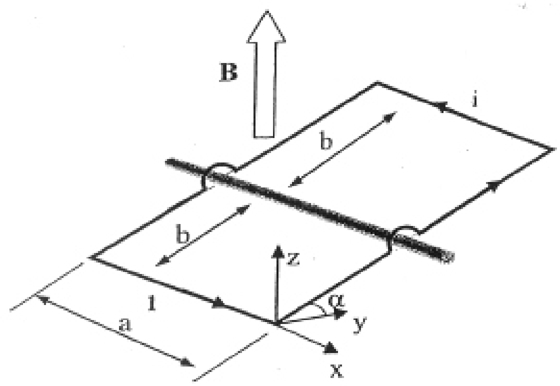
P2 - 2008.1

1ª Questão: (3,5)
Uma espira quadrada, com um fio que dá 10 voltas, mostrada na figura abaixo, pode rodar (com um pouco de atrito) em torno do seu eixo. Ela está imersa em um campo magnético homogêneo, com direção e sentido de z positivo e módulo igual a B = 1,0 x 10^{-2} T. No instante inicial, o plano da espira faz um ângulo α com o plano xy e o lado **1** está paralelo ao eixo x (como na figura). A corrente pelo fio da espira é i = 1,0 A, no sentido indicado. Na figura, as dimensões são: a = 2,0 m e b = 1,0 m.



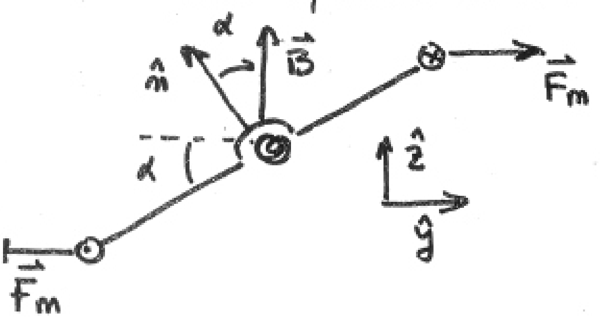
a) **(0,7)** Se a espira é largada nessa posição, depois de muito tempo qual será o ângulo entre a direção perpendicular ao plano da espira com o campo magnético?

b) **(0,8)** Nesta situação, calcule a força (módulo, direção e sentido) que age sobre o lado **1** da espira ?

c) **(1,0)** Qual será o torque sobre a espira (em relação ao eixo de rotação) quando a direção perpendicular ao plano da espira fizer um ângulo θ=30° com a direção do campo magnético?

d) **(1,0)** Suponha agora que um peso com massa m = 0,1 kg seja pendurado no lado **1** da espira. Qual o valor da corrente que deve ser ajustada, de modo que a direção perpendicular ao plano mantenha os 30° com a direção do campo magnético?

1ª QUESTÃO) O ângulo será ZERO, porque é quando o torque é ZERO.



[Para os curiosos: o atrito dissipa energia e faz com que o sistema pare em $\alpha = \phi$. Se não, o sistema irá oscilar com frequência angular $\omega = \sqrt{\frac{iabB}{I}}$ onde I é o momento de inércia do sistema]

o

b) $\vec{F} = -N i a B \hat{y} = -0{,}2\ \hat{y}$ (N)

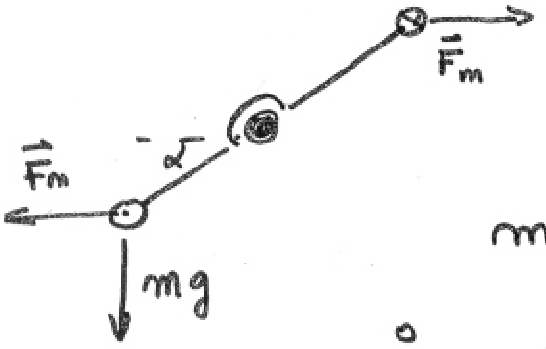
o

c) $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = -2bF \operatorname{sen} \alpha\ \hat{x}$

$\vec{\tau} = -2NiabB \operatorname{sen} \alpha\ \hat{x} = -0{,}2\ \hat{x}$ (N.m)

o

d) Para que o sistema fique em equilíbrio em α ($\alpha = 30°$) o torque devido ao Peso deve compensar o torque devido à força magnética



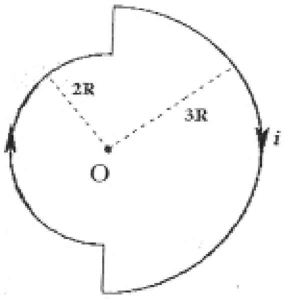
$$\vec{\tau}_P = mg\, b \cos\alpha\, \hat{x}$$

Logo

$$mg\, b \cos\alpha = 2 N i a b B \sin\alpha$$

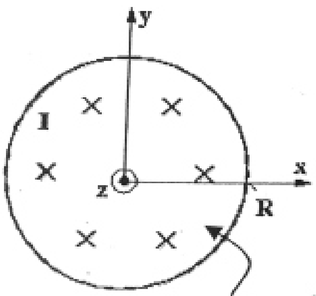
$$i = \frac{mg}{2 N a B \tan\alpha} = 4.3\, A$$

2^a Questão: (3.0)



(a)

a) **(1,5)** Considere a espira mostrada na figura (a) ao lado, pela qual circula uma corrente i no sentido horário. Calcule, a partir da Lei de Biot-Savart, o vetor campo magnético $\vec{B}$ gerado no ponto O (centro comum dos dois semicírculos de raios 2R e 3R).

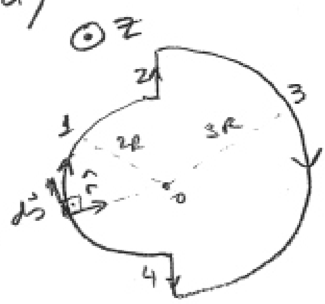


(b)

b) **(1,5)** Em um fio muito longo, de raio R, passa uma corrente I no sentido $-z$ (entrando na página), tal como mostrado na figura (b). A corrente está uniformemente distribuída pela área de seção reta do fio. Calcule, utilizando a Lei de Ampère, o vetor campo magnético nas posições: $\vec{r}_1 = (\frac{R}{2},0,0)$; $\vec{r}_2 = (0, \frac{3R}{2},0)$; $\vec{r}_3 = (0,0, \frac{R}{2})$.

<u>Explicite claramente todas as etapas de seu desenvolvimento nos itens (a) e (b)</u>

a)



trecho 1 : $d\vec{s} \perp \hat{r} \rightarrow d\vec{s} \times \hat{r} = ds\,(-\hat{z})$

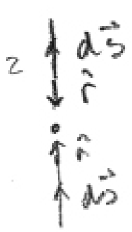
ds é elemento de arco $= R\,d\theta$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \int \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \int_0^{\pi} \frac{\cancel{2R}\, d\theta}{(2R)^{\cancel{2}}} (-\hat{z})$$

$$\Rightarrow \vec{B}_1 = \frac{\mu_0 i}{8R} (-\hat{z})$$

trecho 3 : igual, porém $2R \rightarrow 3R$: $\vec{B}_3 = \frac{\mu_0 i}{12R} (-\hat{z})$

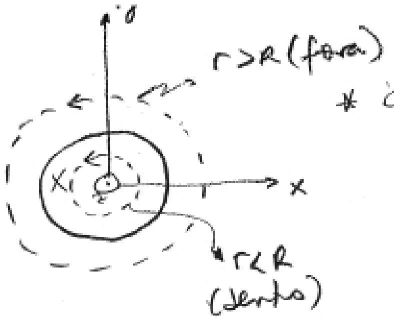
trecho 2 e 4 :



$d\vec{s} \parallel \hat{r} \Rightarrow \vec{B}_2 = \vec{B}_4 = 0$

portanto $\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{R} \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{12} \right) (-\hat{z}) = \frac{5 \mu_0 i}{24R} (-\hat{z})$

b)



* campo fora do fio : $\left(r=\sqrt{x^2+y^2} > R\right)$

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I \quad\Rightarrow\quad \vec{B} \parallel d\vec{\ell}$$

$\vec{B}(r)$ constante ao longo da curva

$$B\cdot 2\pi r = \mu_0 I$$

$$\rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \qquad (r>R)$$

* campo dentro do fio :

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu_0\, i_{int} \, , \qquad i_{int} = I\cdot\frac{\pi r^2}{\pi R^2} = \frac{I r^2}{R^2}$$

mesmo argumento

$$B\cdot 2\pi r = \mu_0 I \frac{r^2}{R^2} \quad\longrightarrow\quad B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2} \qquad (r<R)$$

Em ambos casos, o campo é tangencial, sentido horário

$\vec{r}_1 = (R/2, 0, 0) \Rightarrow r = \frac{R}{2}$ (dentro do fio) $\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}(-\hat{y})$

$\vec{r}_2 = (0, \frac{3R}{2}, 0) \rightarrow r = \frac{3R}{2}$ (fora do fio) $\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{3\pi R}(+\hat{x})$

$\vec{r}_3 = (0, 0, R/2) \rightarrow r = 0 \Rightarrow \vec{B} = 0.$

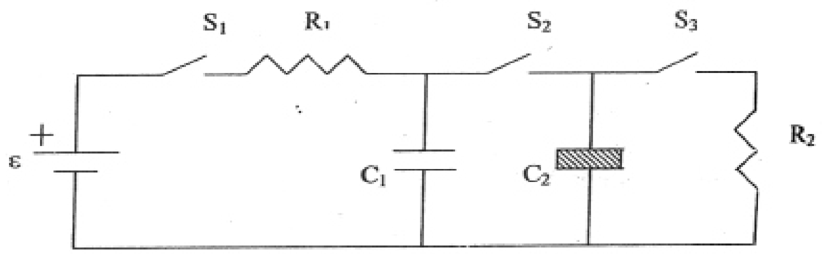
3ª Questão: (3.5)

No circuito embaixo o capacitor C_1 está inicialmente descarregado, enquanto o capacitor C_2 foi previamente carregado e apresenta uma *d.d.p.* igual a 12V. Temos as seguintes fases sucessivas:

Fase1: chave S_1 fechada e S_2 e S_3 abertas durante longo tempo
Fase2 : chave S_1 aberta, S_3 mantida aberta e S_2 fechada
Fase3 : chave S_2 mantida fechada, S_3 fechada e S_1 mantida aberta

Considerando $\varepsilon = 12$ V, $R_1 = 10$ KΩ, $C_1 = 1$ μF, C_2 idêntico ao capacitor C_1 exceto o meio cuja constante dielétrica é o triplo e $R_2 = 1$ KΩ, determine:

a) **(0,4)** a carga máxima adquirida por C_1 durante a fase 1
b) **(0,4)** a energia elétrica armazenada em C_1 durante a fase 1
c) **(0,4)** a d.d.p. de C_1 e C_2 na fase 2
d) **(0,4)** as cargas adquiridas por C_1 e C_2 na fase 2
e) **(0,4)** a energia total armazenada em C_1 e C_2 na fase 2
f) **(0,4)** a corrente máxima em R_2 durante a fase 3
g) **(0,7)** o tempo decorrido desde o início da fase 3 para que a energia armazenada nos capacitores na fase 2 seja reduzida de $1/e^2$, sendo "*e*" a base natural.
h) **(0,4)** a energia total dissipada em R_2 na forma de calor.



3° Questão

a) $q_{max} = V_{C1\,max}\, C_1$
fase 1: carregamento de C_1 através de $R_1 \Rightarrow V_{C1\,max} = \varepsilon = 12$ V
$q_{max} = 12 \times 10^{-6}$ C

b) $U_E = 1/2\ (q_{max})^2 / C_1 = (144 \times 10^{-12}) / 2 \times 10^{-6} =$ **72×10^{-6} J**

c) Fase 2 : C_1 e C_2 em paralelo e <u>mesma polaridade</u> $\Rightarrow$ **$V_{C1} = V_{C2}$** $= V =$ **12 V**

d) $C_1 = 10^{-6}$ e $C_2 = 3x\, C_1 = 3 \times 10^{-6}$ F
q_1 $= C_1 V =$ **12×10^{-6} C** e **q_2** $= C_2 V =$ **36×10^{-6} C**

solução alternativa aceita por <u>questão de interpretação</u> : cargas acima são existentes e nenhuma adquirida na fase 2

e) Fase 2: **U_E** $= U_{E1} + U_{E2} = 1/2\, C_1 V^2 + 1/2\, C_2 V^2 = 1/2\, (C_1 + C_2)\, V^2 =$ **$2{,}88 \times 10^{-4}$ J**

f) Fase3: descarregamento de C_1 e C_2 através de R_2
i_{max} $= V / R_2 = 12 / 10^3 =$ **12 mA**

g) $U_E(t) = ½\, (C_1 + C_2)\, V^2(t)$
$V(t) = 12\, e^{-t/\tau} \Rightarrow V(\tau) = 12/e \Rightarrow U_E(\tau) = ½\, (C_1 + C_2)\, V^2(\tau) = 2{,}88 \times 10^{-4} / e^2$
Tempo decorrido = τ $= R_2 (C_1 + C_2) = 10^3 \times 4 \times 10^{-6} =$ **4 ms**

f) conservação da energia $\Rightarrow$ **energia dissipada em $R_2 = 2{,}88 \times 10^{-4}$ J**