PUC-RIO – CB-CTC

P2 DE ELETROMAGNETISMO – 07.05.04 – sexta-feira

Nome :____

Assinatura: ____

Matrícula:______________________________Turma:____________

NÃO SERÃO ACEITAS RESPOSTAS SEM JUSTIFICATIVAS E CÁLCULOS EXPLÍCITOS.

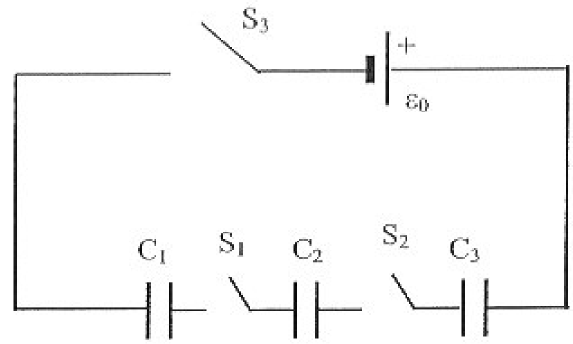
Não é permitido destacar folhas da prova

Questão	**Valor**	**Grau**	**Revisão**
1ª Questão	2,0		
2ª Questão	2,5		
3ª Questão	2,5		
4ª Questão	3,0		
Total	10,0		

A prova só poderá ser feita a lápis, caneta azul ou preta e NÃO é permitido o uso de calculadoras eletrônicas.

1ª Questão: (2.0)

Três capacitores, C_1, C_2 e C_3, são ligados em paralelo e carregados por uma fonte ε_0. Depois, são desligados da fonte e re-ligados como na figura abaixo :



(a) **(0.5)** Qual a voltagem em cada capacitor quando as chaves S_1e S_2 forem fechadas, mas a chave S_3 ficar aberta?

(b) **(1.0)** Depois de a chave S_3 ser fechada, qual a carga final em cada capacitor?

(c) **(0.5)** Qual a voltagem em cada capacitor depois de a chave S_3 ser fechada ?

1ª Questão — Gabarito

FIS 1006
P2

(a) Não há possibilidade de movimento de cargas, portanto, cada capacitor mantém sua tensão inicial, $\mathcal{E}_0$: $V_1 = \mathcal{E}_0$, $V_2 = \mathcal{E}_0$, $V_3 = \mathcal{E}_0$

(b) fechando S_3, há movimento de cargas e elas são iguais em todos os capacitores: $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q$

$$\Rightarrow \quad V_1 + V_2 + V_3 = \mathcal{E}_0 \quad \text{, ou}$$

$$\frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} = \mathcal{E}_0 \quad \text{, ou}$$

$$Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right) = \mathcal{E}_0$$

$$Q = \frac{\mathcal{E}_0}{\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)} = \mathcal{E}_0 \frac{1}{\frac{(C_2C_3 + C_1C_3 + C_1C_2)}{C_1C_2C_3}} = \mathcal{E}_0 \frac{C_1C_2C_3}{(C_2C_3 + C_1C_3 + C_1C_2)}$$

(c) V_1? V_2? V_3?

$V_1 = \frac{Q}{C_1}$; $V_2 = \frac{Q}{C_2}$; $V_3 = \frac{Q}{C_3}$, onde Q é obtido como acima.

2.ª Questão: (2.5)

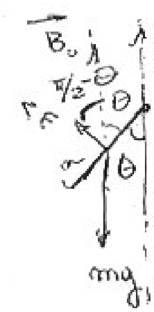
Uma espira retangular, de lados a e b e massa uniformemente distribuída, está pendurada em uma haste horizontal, como indica a figura abaixo, podendo girar livremente em torno desta. Um campo magnético uniforme, $B_o \vec{j}$ (vertical dirigido para cima), atua na região. Observa-se que, quando uma corrente I circula na espira, ela fica em equilíbrio com seu plano fazendo um ângulo θ com o plano vertical.

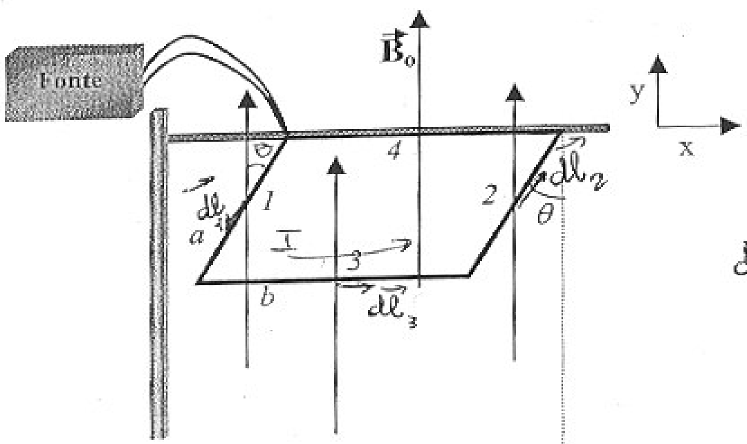
a) (0,5) Qual deve ser o sentido da corrente para que a espira fique em equilíbrio na posição indicada na figura (para fora do plano do papel)? Justifique.

b) (1,0) Determine as forças magnéticas $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ (módulo direção e sentido) que atuam nos lados 1, 2 e 3 da espira, respectivamente.

c) (0,5) Determine o torque magnético sobre a espira (módulo direção e sentido).

d) (0,5) Calcule a massa m da espira.





d) $|\vec{\tau}_{peso}| = |\vec{\tau}_{magn}|$

$mg \frac{a}{2} \operatorname{sen}\theta = I \cancel{a} b B_0 \cos\theta$

$m = \frac{2 I b B_0}{g} \cdot \operatorname{ctg}\theta$

a) Para ficar em equilíbrio para fora do plano do papel a força magnética deve estar puxando o lado 3 para fora $(\vec{k})$.

$d\vec{F}_3 = I \, \vec{dl}_3 \times \vec{B} = I \, dl_3 B_0 \, \vec{k}$ O sentido deve ser anti-horário

b) $\vec{F}_1 = \int_0^a I \, \vec{dl}_1 \times B_0 \vec{j} = (-\vec{i}) \, I a B_0 \operatorname{sen}(\pi - \theta)$

$\vec{F}_1 = I a B_0 \operatorname{sen}\theta \, (-\vec{i})$

$\vec{F}_2 = I a B_0 \operatorname{sen}\theta \, (\vec{i})$

$\vec{F}_3 = I b B_0 \, (\vec{k})$

c) $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} = I ab \, \hat{n} \times B_0 \vec{j} = (-\vec{i}) \, I ab B_0 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) =$

$\vec{\tau} = (-\vec{i}) \, I ab B_0 \cos\theta$

$3^{\underline{a}}$ Questão: (2.5)

Uma partícula carregada negativamente ($-q$) se move ao longo do eixo x no sentido positivo ($+x$) e com uma velocidade constante v_0. A partícula entra numa região onde corre paralelamente a um fio elétrico muito comprido que transporta uma corrente I_0 uniforme e constante na direção $+x$. A partícula encontra-se a uma distância d do fio elétrico. Nestas condições :

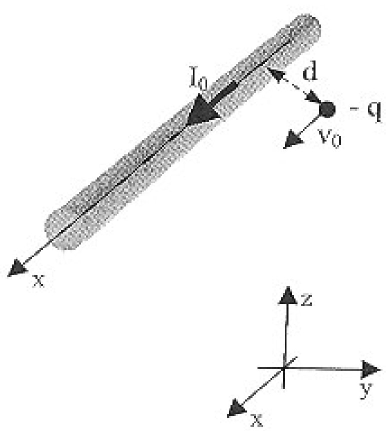
(a) **(0.5)** Calcule o campo magnético $\overline{\mathrm{B}}$ devido ao fio (utilize a lei de Ampére).

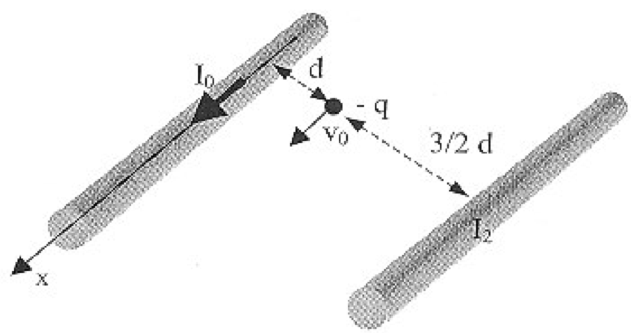
(b) **(0.5)** Em que direção será defletida a partícula ? **Justifique a sua resposta**

(c) **(0.5)** Calcule a força $\overline{\mathrm{F}}$ que está agindo na partícula.

(d) **(0.5)** Ao entrar na região onde existe o fio elétrico a partícula possui uma energia $E=\frac{1}{2}m\,v^2$. Ao sair desta região a energia da partícula terá mudado ? Se sim, qual será o novo valor ?

(e) **(0.5)** Imagine agora que seja adicionado um outro fio elétrico paralelo ao primeiro, mas a uma distância $\frac{3}{2}d$ da partícula, como mostrado em figura. Para que a partícula <u>não seja defletida</u> qual deve ser o módulo, a direção e o sentido da corrente I_2 transportada por este segundo fio ?

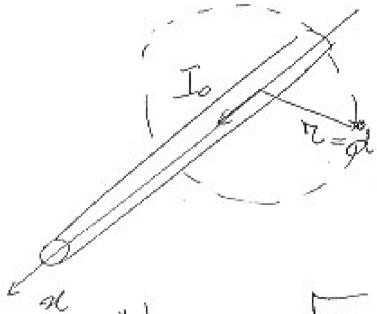




(a) Pela lei de Ampère: $\oint \bar{B} \cdot d\bar{l} = \mu_0 I_0$ $\quad \bar{B} \parallel d\bar{l}$

$\Rightarrow \bar{B} \cdot d\bar{l} = B\,dl \Rightarrow \oint B\,dl = \mu_0 I_0$ $\quad$ B é unif. e sai da integral

$B \oint dl = \mu_0 I_0 \qquad B\,2\pi r = \mu_0 I_0 \Rightarrow B = \dfrac{\mu_0 I_0}{2\pi r}$



mas pelo desenho

$$r = d$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi d}$$

No ponto onde está a partícula a direção e o sentido de B são aqueles de $\hat{z}$ pela regra da mão direita:

$$\bar{B} = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi d}\,\hat{z}$$

(b) Em presença de um campo magnético $\bar{B}$ uma partícula carregada sofrerá a ação de uma força magnética $\bar{F}_m$ igual a:

$$\bar{F}_m = q\,\bar{v} \times \bar{B}$$ onde $\bar{v}$ é a velocidade da partícula

Neste caso: $\bar{v} = v_0\,\hat{x}$

$$\bar{B} = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi d}\,\hat{z}$$

$$\Rightarrow \bar{F}_m = -q\,v_0 \frac{\mu_0 I_0}{2\pi d}(\hat{x} \times \hat{z})$$

$-\hat{x} \times \hat{z} = \hat{y} \Rightarrow$ a partícula será defletida na direção $\hat{y}$

(c) A força $\overline{F}_m$ que está agindo sobre a partícula vale:

$$|\overline{F}_m| = \frac{q\, v_0\, \mu_0 I_0}{2\pi d}$$

(d) A força magnética $\overline{F}_m$ associada a um campo magnético ~~permanente~~ uniforme, não efetua trabalho quando a partícula for deslocada. Portanto a energia da partícula não irá mudar.

(e) O campo magnético produzido pelo segundo fio no ponto onde está a partícula vale (seguindo o mesmo raciocínio do item (a)):

$$|B_2| = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi \frac{3}{2} d} = \frac{\mu_0 I_2}{3\pi d}$$

Para que a partícula não seja defletida B_2 deve possuir modulo igual ao campo $\overline{B}$ produzido por I_0, mas direção e sentido opostos.

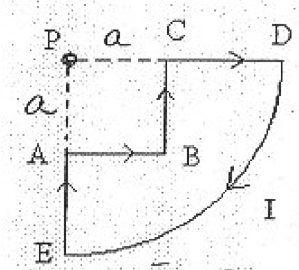
Portanto:

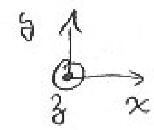
$$\frac{\cancel{\mu_0} I_2}{3\cancel{\pi d}} = \frac{\cancel{\mu_0} I_0}{2\cancel{\pi d}} \Rightarrow I_2 = \frac{3}{2} I_0$$

~~Assim~~ O sentido de I_2 será $\hat{x}$, porque neste caso o campo B_2 no ponto onde está a partícula terá direção e sentido ~~...~~ $-\hat{z}$.

3ª.Questão

a) (1,0) Calcule o campo magnético gerado no ponto **P** pelo trecho **AB** do fio utilizando Biot-Savart.





$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2} \; ; \; d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{ds}{a^2} \hat{k}$$

$$\vec{B}_{AB} = \int \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{ds}{a^2} \hat{k} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{ds}{a^2} \hat{k}$$

$$\vec{B}_{AB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos\theta_1 - \cos\theta_2) \hat{k}$$ onde para o fio AB $\theta_1 = \pi/2$ e $\theta_2 = \frac{3\pi}{4}$

$$\boxed{\vec{B}_{AB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \frac{\sqrt{2}}{2} \hat{k}}$$

b) (1,0) Calcule o campo magnético gerado pelo trecho **DE** do fio no ponto **P**. Note que o trecho **DE** é um arco de círculo de raio **2a**.

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2} \qquad d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{ds}{4a^2} (-\hat{k})$$

$$\vec{B}_{DE} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi\, 4a^2} \int ds\, \hat{k} \; ; \; \vec{B}_{DE} = -\frac{\mu_0 I}{16\cancel{\pi} a^2} \frac{\cancel{\pi} a}{2} \hat{k}$$

$$\boxed{\vec{B}_{DE} = -\frac{\mu_0 I}{32\, a} \hat{k}}$$

c) (0,5) Calcule agora o campo magnético total no ponto **P** ?

$$\vec{B}_{TOT} = \vec{B}_{AB} + \vec{B}_{BC} + \cancel{\vec{B}_{CD}}^{\,0} + \vec{B}_{DE} + \cancel{\vec{B}_{EA}}^{\,0} \Rightarrow$$

$$\vec{B}_{TOT} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\sqrt{2}\,\hat{k} + \frac{\mu_0 I}{32a}(-\hat{k})$$

$$\vec{B}_{TOT} = \frac{\mu_0 I}{a}\left[\frac{\sqrt{2}}{4\pi} - \frac{1}{32}\right](+\hat{k})$$

$$\vec{B}_{TOT} = \frac{\mu_0 I}{4a}\left[\frac{\sqrt{2}}{\pi} - \frac{1}{8}\right](+\hat{k})$$

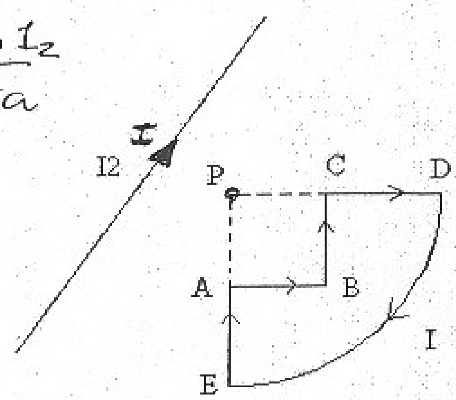
$$\vec{B}_{TOT} = \frac{\mu_0 I}{4a}\left[0,7 - 0,1\right]\hat{k}$$

$$\vec{B}_{TOT} = \frac{\mu_0 I}{4a}\left[0,6\right]\hat{k}$$

d) (0,5) Se a uma distância **a** do ponto **P** passa um fio infinito com uma corrente $\mathbf{I_2}$, qual deve ser o módulo da corrente $\mathbf{I_2}$ neste fio para que o campo magnético em **P** seja nulo?

Para o fio infinito tem $\theta_1 = 0$ e $\theta_2 = \pi$

logo $|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I_2 \, 2}{4\pi a} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a}$



$$\vec{B}_{tot} = \vec{B}_{fio} + \vec{B}_{fig} \Rightarrow$$

$$0 = \frac{\cancel{\mu_0} I_2}{2\pi \cancel{a}} - \frac{\cancel{\mu_0} I}{4\cancel{a}}\,0,6$$

$$\frac{I_2}{\pi} = I\,\frac{6}{20}$$

$$\boxed{I_2 = \frac{3\pi}{10} I}$$