GABARITO P3 FIS1006 2004.1

1ª Questão: (2.0)

O fluxo magnético que atravessa um anel metálico quadrado de lado $\ell = 10$ cm, e resistência de 5Ω, é dado por $\phi(t) = 30\,t - 5\,t^2$.

a) **(0,5)** Esboce (**cuidadosamente**) em um gráfico a força eletromotriz no anel entre os instantes de tempo t = 0 e 5s.

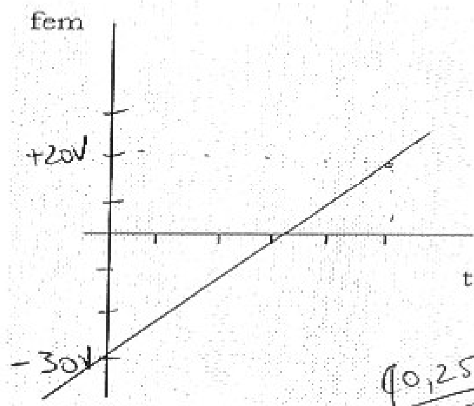
$\phi(t) = 30t - 5t^2$

$\mathcal{E} = -\frac{d\phi}{dt} = -30 + 10t$

em $t=0$ $\mathcal{E}(0) = -30V$

e $t=5s$ $\mathcal{E}(5) = 20V$

$\left(\frac{0,25}{0,50}\right)$



$\left(\frac{0,25}{0,50}\right)$

b) **(1,0)** Determine os instantes de tempo nos quais a força eletromotriz e o campo magnético no anel são nulos.

$\mathcal{E}(t) = -30 + 10t$

$\mathcal{E}(t) = 0$

$-30 + 10t = 0$

$\boxed{t = 3s}$ $\left(\frac{0,5}{1,0}\right)$

O campo magnético B é dado por: $B(t) = \phi(t)/A$

onde $A = \ell^2 = 10^{-2}\,m^2$

$B(t) = \frac{30t - 5t^2}{10^{-2}}$

$B(t) = 0$ em $\boxed{t=0}$ e

$\left(\frac{0,25}{1,0}\right)$

$30t - 5t^2 = 0$

$30 - 5t = 0$

$\boxed{t = 6s}$

$\left(\frac{0,25}{1,0}\right)$

c) **(0,5)** Calcule a corrente elétrica no anel em t = 2 s e t = 4 s.

$\mathcal{E}(t) = R\,I(t)$

$I(t) = \frac{\mathcal{E}(t)}{R}$

$I(t) = \frac{-30 + 10t}{5}$

$\boxed{I(t) = -6 + 2t}$

em $t = 2s$ temos

$\boxed{I(2) = -6 + 4 = -2A}$

e

$\boxed{I(4) = -6 + 8 = 2A}$

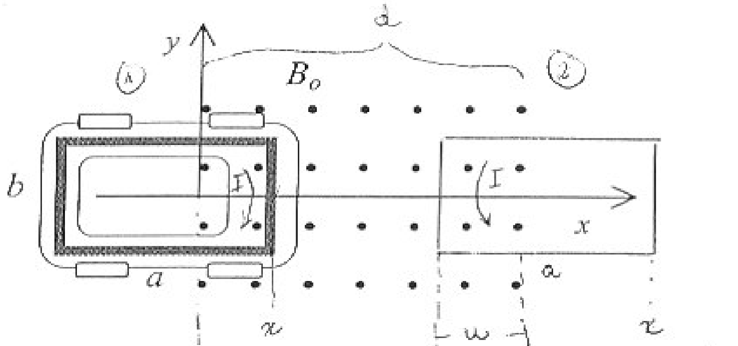
$\left(\frac{0,25}{0,50}\right)$

FKT

2ª Questão: (2.5)

A base de um carrinho de fibra de vidro é constituída de uma haste metálica de resistência R dobrada e soldada formando um retângulo de comprimento a e largura b. O carrinho, com velocidade inicial v_o, atravessa uma região de campo magnético vertical, para cima, $B_o\ \vec{k}$.

Durante os intervalos de tempo em que o carrinho está (1) entrando na região de campo magnético e (2) saindo desta região, obtenha, em função da velocidade v e dos dados do problema (**não esquecendo de explicitar raciocínio e cálculos**):



$u = d - (x-a)$

$\mathcal{E} = -\dfrac{d\Phi}{dt}$; $I = \dfrac{\mathcal{E}}{R}$

(a) **(1,0)** A corrente elétrica que circula na base metálica, indicando o sentido, em cada caso (1) e (2).

(1) $|\mathcal{E}| = \left|\dfrac{d\Phi}{dt}\right| = B_o b \dfrac{dx}{dt} = B_o b v$ $\qquad I = \dfrac{B_o b v}{R}$

O fluxo aumenta. Pela lei de Lenz a corrente induzida tende a contrariar a variação do fluxo $\Rightarrow$ sentido horário

(2) $|\mathcal{E}| = \left|\dfrac{d\Phi}{dt}\right| = \left|B_o b\left(\dfrac{du}{dt}\right)\right| = B_o b \dfrac{d}{dt}(d+a-x) = B_o b \left|-\dfrac{dx}{dt}\right| = B_o b v$

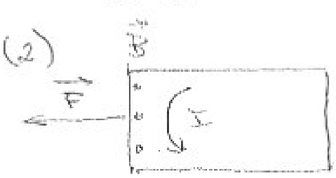
O fluxo diminui. Sentido anti-horário, para contrariar a diminuição do fluxo. $\qquad I = \dfrac{B_o b v}{R}$

(b) **(1,0)** A força que atua sobre a base do carrinho, devida ao campo magnético, indicando sentido e ponto de aplicação, em cada caso (1) e (2).

(1)

As forças nos lados paralelos a x se anulam.

(2)



$\vec{F} = I\vec{\ell} \times \vec{B_o}$

$\vec{F} = I\,b B_o(-\vec{j} \times \vec{k}) = \dfrac{B_o^2 b^2 v}{R}(-\vec{i})$

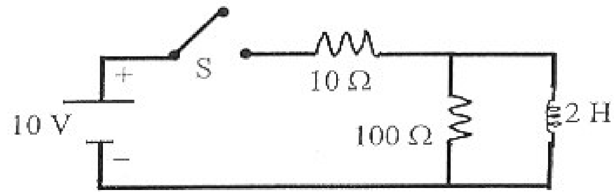
$\vec{F} = I\,b B_o(-\vec{j} \times \vec{k}) = \dfrac{B_o^2 b^2 v}{R}(-\vec{i})$

(c) **(0.5)** Descreva o movimento do carrinho, <u>fazendo também um gráfico qualitativo</u> da velocidade em função da posição da parte frontal da base metálica.

O carrinho é freado enquanto entra e enquanto sai do campo. Dentro do campo a velocidade é constante.

3ª Questão: (2.5)

Considere o circuito abaixo



(a) **(1.0)** Considere que a chave S está fechada há um longo tempo. Quais os valores da corrente da bateria, da corrente no resistor de 100 Ω, e no indutor ?

Como a resistência de L é zero, toda a corrente flui através dela. $I_L = I_{10} = I_{Bateria} = \frac{10\,V}{R_T} = \frac{10}{10} = 1\,A$

e $I_{100} = 0\ A$

(b) **(0.5)** Qual a tensão no indutor assim que S é aberta?

1 A circula sobre L e sobre a resistência de 100 Ω que está em paralelo a L. Portanto:

$$V_L = V_R = 100\,\Omega \cdot 1\,A = 100\ V.$$

(c) **(1.0)** Qual a expressão da corrente (I_L) no indutor, em função do tempo após a chave S ser aberta ?

$$L\frac{dI}{dt} = -RI \rightarrow \frac{dI}{I} = -\frac{R}{L} \rightarrow \int_{I_0}^{I}\frac{dI'}{I'} = -\frac{R}{L}t$$

$$\rightarrow \ln\frac{I}{I_0} = -\frac{R}{L}t \Rightarrow I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$I(t) = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$I(t) = 1 \cdot e^{-50t}$$

FKT

4ª Questão (3.0)

Um circuito RLC em série (como na figura) é ligado a uma fonte de alimentação de amplitude ε_M e $\omega = 10$ rad/s, a corrente I_M está ~~adiantada~~ atrasada de $\frac{\pi}{4}$ em relação à tensão ε_M.

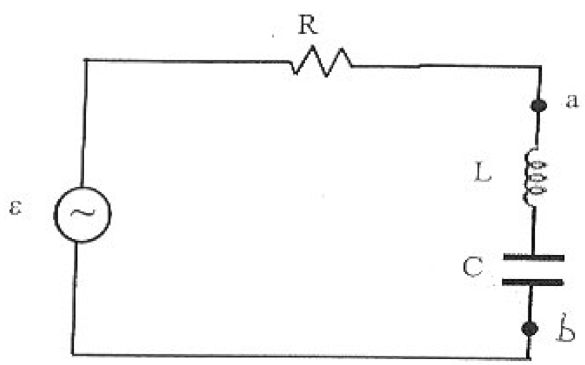
Na situação descrita :

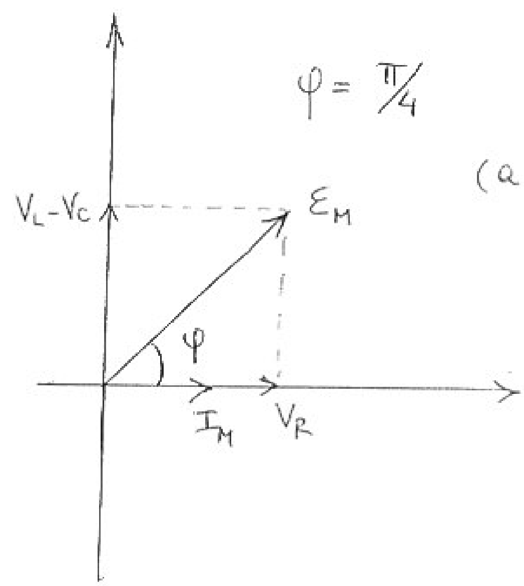
(a) **(0.5)** Desenhe o diagrama dos fasores relativo a este circuito.

(b) **(0.5)** Sabendo que L = 1 H e $C = \frac{1}{50}$ F, se $V_{abM} = 10$ V, qual o valor da amplitude da corrente que passa no capacitor e no indutor? Esta corrente é a mesma que passa no resto do circuito ? Justifique a sua resposta.

(c) **(1.0)** Utilizando o diagrama dos fasores e com os dados a sua disposição, calcule o valor de R e o valor de ε_M.

(d) **(1.0)** Se agora utilizo V_{ab} como saída do circuito, quanto vale esta tensão na frequência de ressonância do circuito (Justifique a sua resposta)? Nesta condição, calcule V_R (tensão no resistor) ?





(a)

(b) Sabendo que $V_{ab_M} = 10$ V :

$$I_M = \frac{V_{ab_M}}{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} = \frac{V_{ab_M}}{10 \cdot 1 - \frac{5\cancel{0}}{10}} = \frac{10}{10-5} = \frac{10}{5} = 2\ A$$

FKT

(c) Sabendo que $I_M = 2A$ que

$$V_{ab} = V_L - V_C = 10\ V \quad \text{e que} \quad \varphi = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow V_R = 10\ V \Rightarrow V_R = R\, I_M$$

$$\Rightarrow R = \frac{V_R}{I_M} = \frac{10}{2} = 5\ \Omega$$

$$\mathcal{E}_M = \sqrt{V_R^2 + V_{ab_M}^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}\ V$$

d) Utilizando V_{ab} como saída, na frequência de ressonância:

$V_{ab_M} = 0$ porquê nesta frequência

$V_L = V_C$ $(X_L = X_C)$

$(V_{ab} = V_L - V_C)$

Nesta condição:

$$V_R = \mathcal{E}_M = 10\sqrt{2}\ V$$