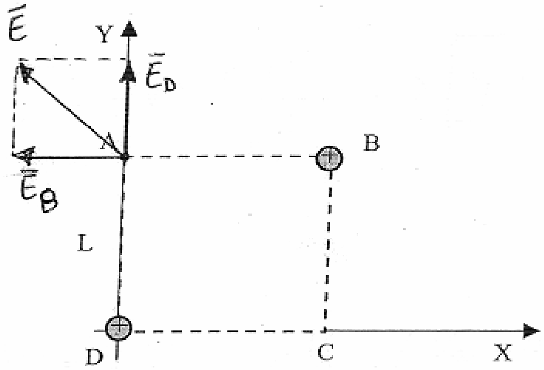
1ª Questão: (3.0)

Considere o quadrado de lado L representado em figura. Nos vértices B e D são colocadas duas cargas elétricas positivas de valor igual a Q.



(a) (1.0) Calcule o campo elétrico **E** no vértice A em modulo, direção e sentido.

(b) (0.5) Calcule o valor da carga q que deve ser colocada no vértice C de modo que o campo elétrico no vértice A seja nulo.

(c) (0.5) Uma vez colocada a carga q com o valor encontrado no item anterior, calcule o trabalho que um agente externo deve fazer para trazer uma carga elétrica positiva de valor Q do infinito até o vértice A .

(d) (1.0) Uma vez colocada também esta carga Q no vértice A, calcule a energia potencial elétrica do sistema de quatro cargas.

a) $\vec{E}_B = k\frac{Q}{L^2}(-\hat{x})$; $\vec{E}_D = k\frac{Q}{L^2}(\hat{y})$ $\quad \vec{E}_A = \vec{E} = \vec{E}_B + \vec{E}_D$

$$|E_A| = \sqrt{E_B^2 + E_D^2} = \sqrt{\left(\frac{kQ}{L^2}\right)^2 + \left(\frac{kQ}{L^2}\right)^2} = \sqrt{2}\,\frac{kQ}{L^2}$$

$$\vec{E}_A = k\frac{Q}{L^2}\left(-\hat{x} + \hat{y}\right)$$

b) Para que $|E_A| = 0 \Rightarrow |E_C| = |E_A|$

$\Longrightarrow$

$$|E_C| = k\frac{q}{(\sqrt{2}L)^2} = k\frac{q}{2L^2}$$

$$\cancel{k}\frac{q}{\cancel{k}\cancel{L^2}} = -\sqrt{2}\,\cancel{k}\frac{Q}{\cancel{L^2}} \Rightarrow \boxed{q = -2\sqrt{2}\,Q}$$

$\sim$

(c) $W_{Q\,ext} = \Delta U = q\Delta V = q V_A \quad (V_\infty = 0)$

$V_A = ?$

$$V_A = k\frac{Q}{L} + k\frac{Q}{L} - \frac{2\cancel{\sqrt{2}}Qk}{\cancel{\sqrt{2}}L} = 0$$

$$V_A = 0$$

$$\Rightarrow \quad W_{Q\,ext} = q \cdot 0 = 0$$

d) $$U = \underbrace{k\frac{Q^2}{\sqrt{2}L}}_{\text{interação D-B}} \underbrace{- \frac{2\sqrt{2}Q^2}{L} - \frac{2\sqrt{2}Q^2}{L}}_{\text{interação com a carga Q e q}} \underbrace{+ \frac{kQ^2}{L} + \frac{kQ^2}{L} - 2\cancel{\sqrt{2}}\frac{kQ^2}{\cancel{\sqrt{2}}L}}_{\text{interação com a carga Q (vértice A)}}$$

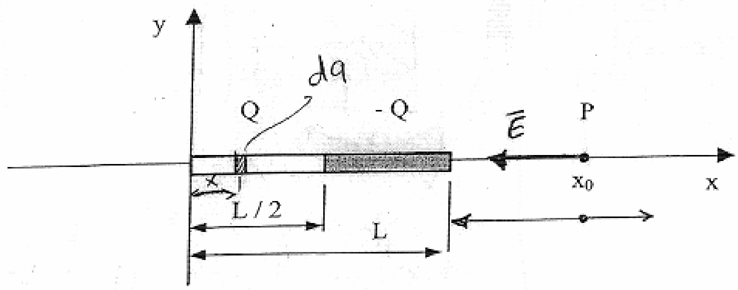
$$U = \frac{kQ^2}{\sqrt{2}L} - \cancel{2\frac{kQ^2}{L}} + \cancel{\frac{2kQ^2}{L}} - 4\sqrt{2}\frac{kQ^2}{L}$$

$$U = \frac{kQ^2}{\sqrt{2}L} - 4\sqrt{2}\frac{kQ^2}{L} = \frac{kQ^2}{\sqrt{2}L} - \frac{4\cdot 2}{\sqrt{2}}\frac{kQ^2}{L} = -\frac{7}{\sqrt{2}}\frac{kQ^2}{L}$$

$$\boxed{U = -\frac{7}{\sqrt{2}}\frac{kQ^2}{L}}$$

2.ª Questão: (2.0)

Na figura abaixo, uma barra não-condutora, de comprimento **L**, tem cargas Q e –Q (Q>0) uniformemente distribuídas em cada metade do seu comprimento, conforme mostra a figura :



a) **(0.5)** Indique na figura a direção e o sentido do campo elétrico no ponto P situado a uma distância x_0 da origem. **Justifique as suas afirmações.**

b) **(1.0)** Determine o valor do campo elétrico no ponto P.

c) **(0.5)** Se agora o ponto P é afastado numa nova distância x_0 >>> L, qual será o novo valor do campo elétrico neste ponto ? Explique o resultado encontrado.

(a) Como o campo $\bar{E}$ varia com o inverso do quadrado da distância ($E \sim 1/r^2$) a metade da barra carregada com –Q está mais próxima ao ponto P que a metade carregada com +Q.

(b) $d\bar{E}_+ = k \dfrac{dq}{(x_0 - x)^2}\, \hat{x}$ $\qquad d\bar{E}_- = -k \dfrac{dq}{(x_0 - x)^2}\, \hat{x}$

$d\bar{E} = d\bar{E}_+ + d\bar{E}_-$ $\qquad d\bar{E} = -dE\, \hat{x}$ portanto

$$E = k\left[\int_0^{L/2} \frac{dq}{(x_0 - x)^2} - \int_{L/2}^{L} \frac{dq}{(x_0 - x)^2}\right]$$

$\longrightarrow$

Mas : $\lambda = \frac{dq}{dx} \Rightarrow dq = \lambda\, dx$

$$\Rightarrow E = k\left[\int_0^{L/2} \frac{\lambda\, dx}{(x_0-x)^2} - \int_{L/2}^{L} \frac{\lambda\, dx}{(x_0-x)^2}\right] = k\lambda\left[\int_0^{L/2} \frac{dx}{(x_0-x)^2} - \int_{L/2}^{L} \frac{dx}{(x_0-x)^2}\right]$$

$$E = k\lambda\left[\left(-\frac{1}{x_0-x}\right)_0^{L/2} - \left(-\frac{1}{x_0-x}\right)_{L/2}^{L}\right]$$

$$E = k\lambda\left[\frac{1}{x_0} + \frac{1}{x_0-L} - \frac{2}{x_0-L/2}\right] \qquad \lambda = \frac{Q}{L/2}$$

(c) Se $x_0 \ggg L \Rightarrow x_0 - L \approx x_0$

$$\Rightarrow E \sim k\lambda\left[\frac{1}{x_0} + \frac{1}{x_0} - \frac{2}{x_0}\right] = 0\ !$$

O campo elétrico para um ponto P muito distante ($x_0 \ggg L$) em relação ao comprimento da barra é nullo. Isto se explica considerando que para uma distância razoavelmente grande a contribuição da parte negativa da barra é compensada pela contribuição da parte positiva. Neste caso a barra é vista como um conjunto (dipolo) de uma carga positiva e uma negativa:

$\oplus\ominus = 0 \leftarrow$ a grande distância.

Gabarito da 3ª Q da P1 - FIS 1006 - 10.09.0

Materiais metálicos $\Rightarrow$ só há cargas superficiais

Sejam Q_1, Q_2 e Q_3 as cargas nas superfícies esféricas de raios R_1, R_2 e R_3, respectivamente.

Se para $r > R_3$ o fluxo elétrico vale Φ_2 então a carga total no sistema $Q_T = \varepsilon_0 \Phi_2 = Q_1 + Q_2 + Q_3$

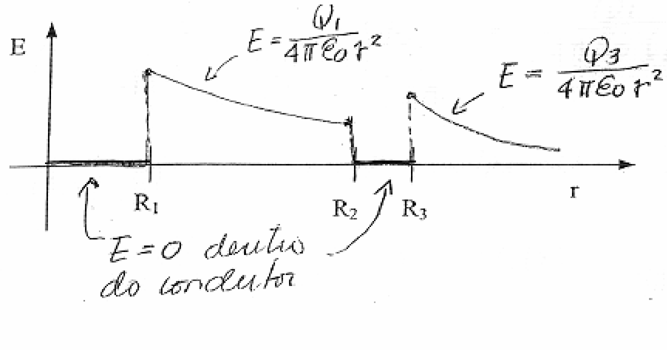
Como $Q_2 + Q_3 = Q_L \Rightarrow \boxed{\boxed{Q_1 = \varepsilon_0 \Phi_2 - Q_L} = -1\,\mu C}$

Na região $R_2 < r < R_3$ o campo elétrico é zero e portanto, pela Lei de Gauss, a carga total nas superfícies de raios R_1 e R_2 é nula $\Rightarrow \boxed{\boxed{Q_2 = -Q_1} = 1\,\mu C}$

A carga na superfície de raio R_3, $\boxed{\boxed{Q_3 = Q_T} = 3\,\mu C}$

Todas as cargas estão distribuídas uniformemente nas superfícies esféricas.

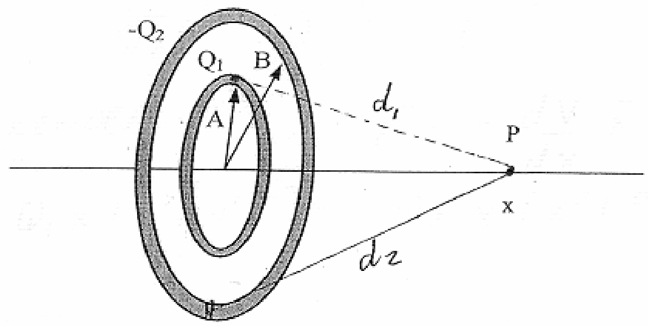
b)



c) Toda a carga da esfera se transfere para o condutor oco (a casca). A carga total Q_T se distribui uniformemente sobre a esfera de raio R_3

$4^{\underline{a}}$ **Questão (2.5)** Gabarito

Dois anéis concêntricos delgados de raios A e B são uniformemente carregados respectivamente com cargas Q_1 e $-Q_2$, (com Q_1 e $Q_2 > 0$) como mostrado em figura.



(a) **(1.0)** Calcule o potencial eletrostático V no ponto P a distância **x** do centro dos anéis.

(b) **(1.0)** A partir deste potencial encontre o valor do campo elétrico **E** (módulo, direção e sentido).

(c) **(0.5)** Supondo $Q_2=2Q_1$ qual deve ser a relação dos raios A e B para que o potencial V seja nulo no centro dos anéis (x=0).

a) Contribuição do anel interno, $\lambda_1 = \frac{Q_1}{2\pi A}$

$$dV_1 = \frac{dq_1}{4\pi\varepsilon_0 d_1} = \frac{\lambda_1 ds_1}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+A^2)^{1/2}}$$

Como λ_1, x e A não variam ao longo do anel,

$$V_1 = \frac{\lambda_1}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+A^2)^{1/2}} \underbrace{\int ds_1}_{2\pi A} = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+A^2)^{1/2}}$$

Contribuição do anel externo, $\lambda_2 = \frac{-Q_2}{2\pi B}$

$$dV_2 = \frac{\lambda_2 ds_2}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+B^2)^{1/2}} \Rightarrow V_2(x) = \frac{-Q_2}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+B^2)^{1/2}}$$

$$\therefore \boxed{V(x) = V_1(x) + V_2(x) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{Q_1}{\sqrt{x^2+A^2}} - \frac{Q_2}{\sqrt{x^2+B^2}}\right]}$$

Continuação do gabarito da 4ª Q - Fis 100
10.09.04

(b) $\vec{E} = -\vec{\nabla} V = -\frac{\partial V}{\partial x}\hat{x} - \frac{\partial V}{\partial y}\hat{y} - \frac{\partial V}{\partial z}\hat{z}$

Como V só depende de x, $\vec{E} = -\frac{dV}{dx}\hat{x}$

$$\vec{E} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[-Q_1 x (x^2+A^2)^{-3/2} + Q_2 x (x^2+B^2)^{-3/2}\right]\hat{x}$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{x}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{Q_1}{(x^2+A^2)^{3/2}} - \frac{Q_2}{(x^2+B^2)^{3/2}}\right]\hat{x}}$$

(c)
$V(x=0) = 0 \Rightarrow \frac{Q_1}{A} - \frac{Q_2}{B} = 0$

Como $Q_2 = 2Q_1 \Rightarrow \boxed{B = 2A}$