PUC-RIO – CB-CTC

P2 DE ELETROMAGNETISMO – 24.10.03 – sexta-feira

Nome : GABARITO

Assinatura: ____________________

Matrícula: ____________________ Turma: ____________

NÃO SERÃO ACEITAS RESPOSTAS SEM JUSTIFICATIVAS E CÁLCULOS EXPLÍCITOS.

Não é permitido destacar folhas da prova

Questão	Valor	Grau	Revisão
1ª Questão	3,0		
2ª Questão	2,0		
3ª Questão	2,5		
4ª Questão	2,5		
Total	10,0		

A prova só poderá ser feita a lápis, caneta azul ou preta e NÃO é permitido o uso de calculadoras eletrônicas.

FKT

1ª Questão: (2.5)

(a) (1.0) Considere um capacitor de capacitância $C_1 = 1\mu F$ ligado em série a outro capacitor de capacitância $C_2 = 5\mu F$ e a uma bateria desconhecida. Os capacitores são cuidadosamente desligados, sem perderem a carga, e ligados em paralelo. Sabendo que, depois de estabelecido o equilíbrio, a carga final no capacitor C_1 é de $Q1=10\mu C$, determine a diferença de potencial aplicada pela bateria nos capacitores.

Em paralelos temos : $\frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} \Rightarrow \frac{10\mu C}{1\mu F} = \frac{Q_2}{5\mu F} \Rightarrow Q_2 = 50\mu C$

então $Q_T = Q_1 + Q_2 = 60\mu C$

Quando em série temos que : $V = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)$ onde $Q = \frac{Q_T}{2}$

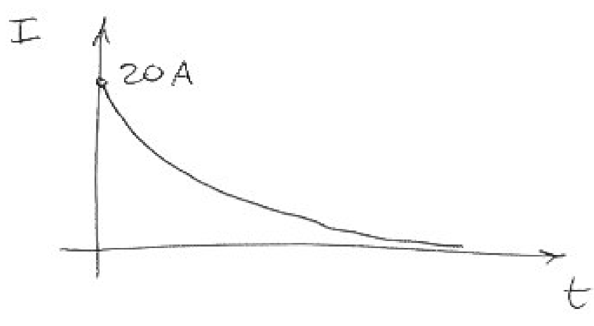
$V = \frac{Q_T}{2}\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) = \frac{60 \cancel{10^{-6}}}{2}\left(\frac{1}{\cancel{10^{-6}}} + \frac{1}{5 \cdot \cancel{10^{-6}}}\right)$ $V = 30\left(1 + \frac{1}{5}\right) = 36$ V.

(c) (1.0) Ao ligar-se um capacitor em uma bateria cuja resistência interna é desprezível, verifica-se que a carga armazenada no capacitor em função do tempo é dada por $q(t) = 20\ (1 - e^{-t})$ [C] onde t é dado em segundos. Determine o instante de tempo em que a corrente fluindo para o capacitor é máxima e o valor desta corrente máxima.

$q(t) = 20\left(1 - e^{-t}\right)$ $I = \frac{dq}{dt}$

$I = \frac{dq}{dt} = 20\, e^{-t}$ $I_{max} = 20\,A$ em $t=0$.

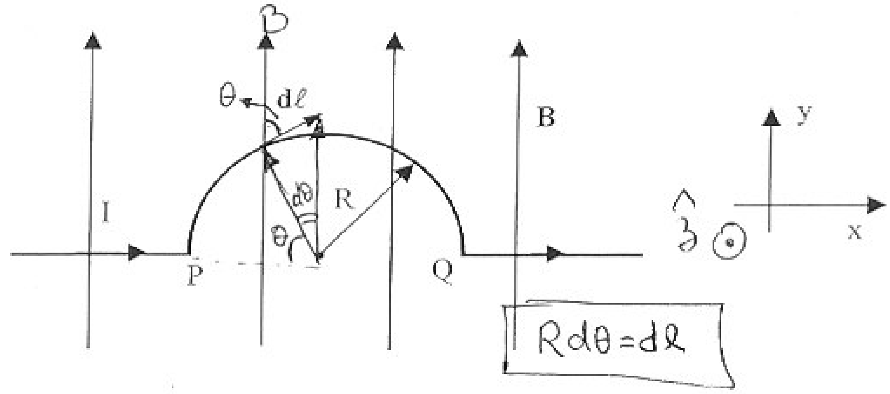
(d) (0.5) Faca um esboço da corrente do capacitor do item (c) em função do tempo.



FKT

2ª Questão: (2.5)

Considere o fio condutor da figura num um campo magnético **B**. Admitindo que a corrente que passa no condutor seja **I** e que o campo magnético **B** esteja apontando na direção +y (para cima) :



(a) **(1.0)** Determine a força total **F** (modulo, direção e sentido) na porção circular (PQ) do condutor **(justifique todos os seus cálculos)**.

$$d\vec{F} = I\,(d\vec{\ell} \times \vec{B}) \Rightarrow dF = I\,d\ell\,B\sin\theta = IRB\sin\theta\,d\theta$$

$$\int dF = IRB\int_0^{\pi}\sin\theta\,d\theta = IRB\left(-\cos\theta\Big|_0^{\pi}\right)$$

$$\boxed{\vec{F} = 2IRB\,(\hat{z})}$$

pela regra da mão direita F está "saindo" do papel. ($\hat{z}$)

(b) **(1.0)** Se agora o condutor entre P e Q fosse reto, calcule a força **F** sobre ele. **Justifique**.

$\overline{PQ} = 2R$

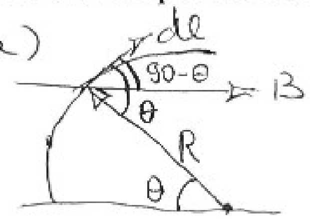
$$\vec{F} = I\,(\vec{\ell} \times \vec{B})$$

$$\boxed{\vec{F} = 2IRB\,(\hat{z})}$$

$$|F| = I\,B\,\overline{PQ}\,\sin 90 = 2IRB$$

(c) **(0.5)** O que mudaria nas respostas (a) e (b) se o campo magnético **B** apontasse na direção +x ? **Justifique as suas afirmações.**

para o item (a)



$$dF = I\,d\ell\,B\sin(90-\theta)$$

$$F = IRB\int_0^{\pi}\sin(90-\theta)\,d\theta$$

$$\boxed{\vec{F} = 0}$$

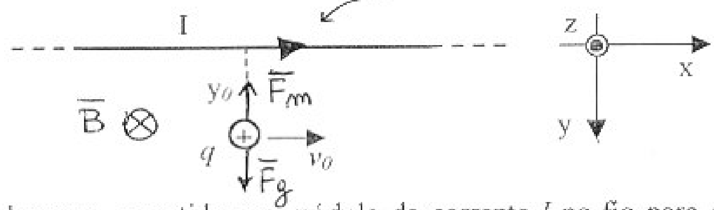
(b) $\vec{B}$ e $d\vec{\ell}$ são paralelos logo $\boxed{\vec{F} \text{ também é nulo.}}$

FKT

3ª Questão: (2.5)

O fio retilíneo infinito da figura abaixo transporta uma corrente contínua I. Perto do fio a uma distância y_0 na vertical encontra-se uma carga positiva q de massa m que está se movendo para direita (direção e sentido $+x$) com velocidade inicial v_0. A carga está sujeita à ação da força de gravidade.

sentido corrente I



Desta forma o campo magnético $\bar{B}$ produzido por I estará entrando no papel ⊗.

(a) **(1.0)** Qual deve ser o sentido e o módulo da corrente I no fio para que a carga continue movendo-se na mesma direção sem alterar a sua trajetória ? **Justifique os seus cálculos**. (Obs. : O módulo de **B** produzido por um fio retilíneo infinito percorrido por uma corrente i a distância d do fio, vale $B = (\mu_0 i / 2\pi d)$).

Lembrando que: $\bar{F}_m = q\,\vec{v}_0 \times \bar{B}$, como $\bar{B}$ está entrando no papel $\bar{F}_m$ estará dirigida por cima $(-\hat{y})$ contrastando à força de gravidade $\bar{F}_g(+\hat{y})$. Portanto: $|\bar{F}_m| = |\bar{F}_g| \Rightarrow |q\,\vec{v}_0 \times \bar{B}| = mg$, mas $\vec{v}_0 \perp \bar{B}$

$\Rightarrow q v_0 B = mg$, mas $|B| = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi y_0} \Rightarrow q v_0 \dfrac{\mu_0 I}{2\pi y_0} = mg \Rightarrow \boxed{I = \dfrac{mg 2\pi y_0}{q v_0 \mu_0}}$

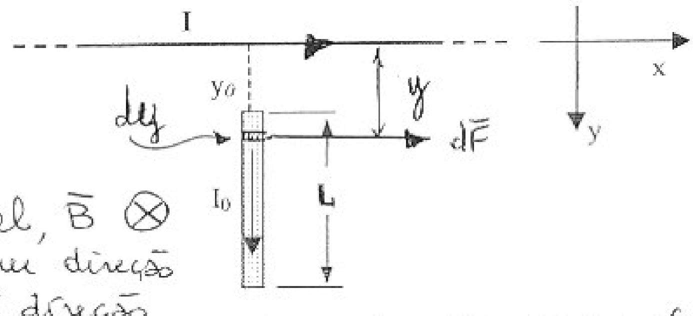
(b) **(0.5)** Qual é o trabalho W realizado pela força magnética **F** sobre a partícula ? **Justifique.**

O trabalho W realizado pela $\bar{F}_m$ é: $W = 0$.
isto porquê a F_m é perpendicular ao deslocamento ($\bar{F}_m$ não efetua trabalho).

(c) **(1.0)** Imagine agora que no lugar da carga seja colocada uma barra vertical de comprimento L percorrida por uma corrente I_0 como em figura. Considerando o sentido da corrente I encontrada no item (a), calcule a força total **F** (módulo, direção e sentido) que estará agindo na barra.

Em geral:

$d\bar{F} = I_0\, d\bar{y} \times \bar{B}$



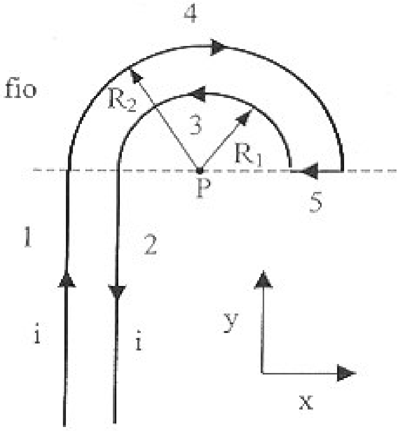
mas: $|\bar{B}| = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi y}$

$\bar{B}$ está entrando no papel, $\bar{B}$ ⊗ enquanto dy tem direção $(+\hat{y}) \Rightarrow d\bar{F}$ terá direção e sentido $(+\hat{x})$. $dF = I_0\, dy\, B$ (B e dy são perpendiculares)

$$\boxed{F = I_0 \int_{y_0}^{y_0+L} \frac{\mu_0 I}{2\pi y} dy = \frac{I_0 I \mu_0}{2\pi} \int_{y_0}^{y_0+L} \frac{dy}{y} = \frac{\mu_0 I_0 I}{2\pi} \ln y \Big|_{y_0}^{y_0+L} = \frac{\mu_0 I I_0}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{L}{y_0}\right)}$$

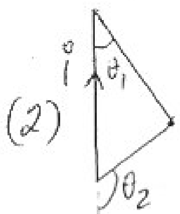
$4^{\underline{a}}$ Questão (2.5)

Um fio infinito conduzindo uma corrente i está dobrado conforme mostra a figura abaixo. Os trechos 1 e 2 são dois fios retilíneos semi-infinitos paralelos, os trechos 3 e 4 correspondem a dois arcos semi-circulares de raios R_1 e R_2, que têm como centro comum o ponto P e estão ligados pelo segmento 5.



Obs: O módulo do campo magnético produzido por um fio a uma distância d do fio vale :

(1) $\longrightarrow B = \dfrac{\mu_0 i}{2\pi d}$ (fio retilíneo infinito)



$B = \dfrac{\mu_0 i}{4\pi d}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$ (fio retilíneo finito)

a) Calcule o vetor campo magnético $\vec{B}_1 + \vec{B}_2$ no ponto P devido às correntes nos dois trechos retos 1 e 2.

Os trechos (1) e (2) são fios semi-infinitos $\therefore$ $\vec{B} = \frac{1}{2}\vec{B}_{\text{fio infinit}}$

Por (1) $\rightarrow$ $\vec{B}_1 = -\dfrac{\mu_0 i}{4\pi R_2}\hat{z}$ e $\vec{B}_2 = \dfrac{\mu_0 i}{4\pi R_1}\hat{z}$

$$\boxed{\vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right]\hat{z}}$$

Por (2) $\rightarrow$ $\theta_1 = \pi/2$ e $\theta_2 = \pi$, $\cos\theta_1 - \cos\theta_2 = 1$

b) Calcule o vetor campo magnético $\vec{B}_3 + \vec{B}_4$ no ponto P devido às correntes nos dois trechos semi-circulares 3 e 4.

$|d\vec{l} \times \hat{r}| = dl$

$d\vec{B} = \dfrac{\mu_0 i}{4\pi}\dfrac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$

$|d\vec{B}_3| = \dfrac{\mu_0 i}{4\pi R_1^2} dl_3$; $\vec{B}_3 = \dfrac{\mu_0 i}{2R_1}\hat{z}$

$$\boxed{\vec{B}_3 + \vec{B}_4 = \frac{\mu_0 i}{4}\left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right]\hat{z}}$$

$|d\vec{B}_4| = \dfrac{\mu_0 i}{4\pi R_2^2} dl_4$; $\vec{B}_4 = -\dfrac{\mu_0 i}{2R_2}\hat{z}$

c) Obtenha a expressão do vetor campo magnético **total** $\vec{B}_T$, gerado pelos cinco segmentos do fio, no ponto P.

Para o trecho (5) $d\vec{l}$ e $\hat{r}$ são paralelos $\Rightarrow \vec{B}_5 = 0$

$$\boxed{\frac{2\vec{B}_T}{\mu_0 i} = \frac{(R_2 - R_1)}{2\pi R_1 R_2}(1 + 2\pi)\hat{z}}$$

Logo $\vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4$

d) Obtenha o campo magnético total no limite em que $R_1 \longrightarrow R_2$. Explique o seu resultado.

$\lim\limits_{R_1 \to R_2} \vec{B}_T = 0$, como esperado já que neste caso os fios interno e externo se aproximam e a corrente total tende a zero.

FKT