PUC-RIO – CB-CTC

P3 DE ELETROMAGNETISMO – 14.11.02 – quinta-feira

Nome : GABARITO

Assinatura: ______________________________

Matrícula: ______________________________ Turma: ______________

NÃO SERÃO ACEITAS RESPOSTAS SEM JUSTIFICATIVAS E CÁLCULOS EXPLÍCITOS.

Não é permitido destacar folhas da prova

Questão	Valor	Grau	Revisão
1ª Questão	2,5		
2ª Questão	2,5		
3ª Questão	2,5		
4ª Questão	2,5		
Total	10,0		

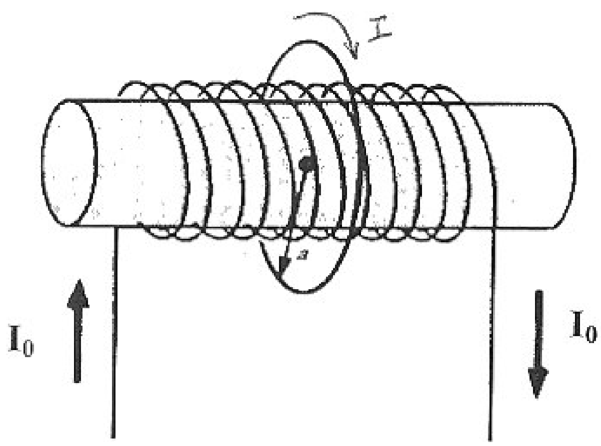
A prova só poderá ser feita a lápis, caneta azul ou preta e NÃO é permitido o uso de calculadoras eletrônicas.

FKT

1ª Questão (2.5)

Uma espira circular, com resistência R ($0{,}01\ \Omega$), de área A_1 (raio a), é colocada na parte externa de um solenóide de área A_s ($10^{-3}\ m^2$) com n (50) espiras por metro, transportando uma corrente $I_o = 1{,}0\ A$. A corrente no solenóide é reduzida a zero e em seguida aumentada até o valor I_o em sentido oposto, a uma taxa ($\frac{dI}{dt}$) constante de (-10^{+3}) A/s. A corrente permanece constante após atingir o valor final I_o com sentido invertido.

Considerando que um solenóide muito longo possui um campo magnético em seu interior cujo módulo é dado por: ($B = \mu_0\, n\, I_o$) :



(a) (0,5) Indique o sentido do campo magnético no interior do solenóide produzido pela corrente I_0. Calcule o fluxo magnético na espira circular.

(b) (0,5) Calcule a força eletromotriz induzida na espira quando a corrente está variando durante o intervalo de tempo descrito acima. **Justifique.**

(c) (1,0) Obtenha a corrente, induzida na espira, quando a corrente no solenóide está variando como descrito acima. Indique seu sentido, justificando. Faça um gráfico desta corrente induzida em função do tempo.

(d) (0,5) Como ficaria sua resposta do item anterior caso a espira circular esteja amassada com sua área total reduzida a metade da área original, A_1, da espira circular? **Justifique.**

(a) $\overline{B}_{solenóide} \longrightarrow$, $\phi_{espira} = \int_{dentro} \overline{B}_{dentro} \cdot d\overline{A} + \int_{zero} \overline{B}_{fora} \cdot d\overline{A}' = (\mu_0\, n\, I_o)\, A_s$

$\phi_{espira} = 5 \cdot 10^{-2} \mu_0$ (Wb)

FKT

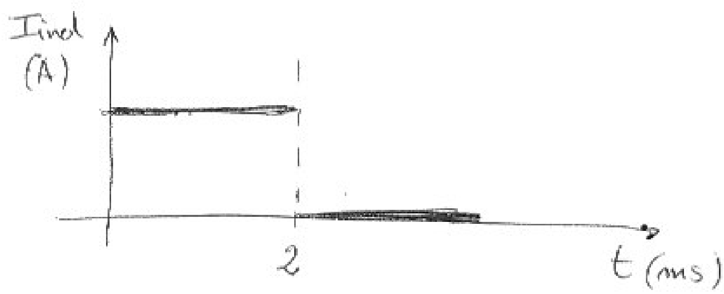
Por Faraday-Lenz

(b) $\mathcal{E}_{\substack{ind \\ espira}} = -\dfrac{d\phi_{espira}}{dt} = \mu_0 n A_s \left(\dfrac{dI}{dt}\right) = \mu_0 \left[50 \cdot \cancel{10^{-3}} \cdot (-\cancel{10^{3}})\right]$

Variação da corrente

$\mathcal{E}_{\substack{ind \\ espira}} = 50\,\mu_0 \; (V)$

(c) $\mathcal{E}_{ind} = R \cdot I_{ind} \Rightarrow I_{ind} = \dfrac{50\,\mu_0}{R} = 5 \cdot 10^{3}\,\mu_0 \; (A)$



2 ms é o tempo necessário para inverter o sentido de I_0.

(d) A resposta permaneceria a mesma pois o resultado $\left(I_{ind} = \dfrac{\mu_0 n A_s}{R}\left(\dfrac{dI}{dt}\right)\right)$ só depende da área do solenóide devido ao fato da espira circular estar externa ao solenóide, conforme calculado no item (a).

FKT

2.ª Questão (2.5)

Um cabo coaxial longo de comprimento **L** é constituído por duas cascas cilíndricas condutoras de raios ***a*** e ***b*** de paredes muito finas. A corrente **I** segue em um sentido pela casca interna e retorna pela casca externa.. Sabendo que, pela Lei de Ampére, o campo magnético na região entre as duas cascas cilíndricas vale $B = \dfrac{\mu_0 i}{2\pi r}$, e desprezando os efeitos de borda :

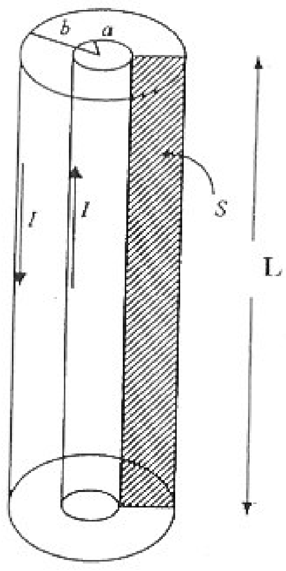
a) **(0.5)** Calcule a densidade de energia magnética na região entre as cascas cilíndricas.

b) **(0.8)** Calcule o fluxo do campo magnético através da superfície S indicada na figura.

c) **(0.6)** Calcule a auto-indutância por unidade de comprimento do cabo coaxial.

d) **(0.6)** Qual a energia magnética por unidade de comprimento armazenada no cabo coaxial.

a) $u_m = \dfrac{1}{2\mu_0} B^2 = \dfrac{\mu_0 I^2}{8\pi^2 r^2}$



b) $\phi = \int_a^b B L \, dr = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi} L \ln\left(\dfrac{b}{a}\right)$

c) $L = \dfrac{\phi}{I} = \dfrac{\mu_0 L}{2\pi} \ln\left(b/a\right)$

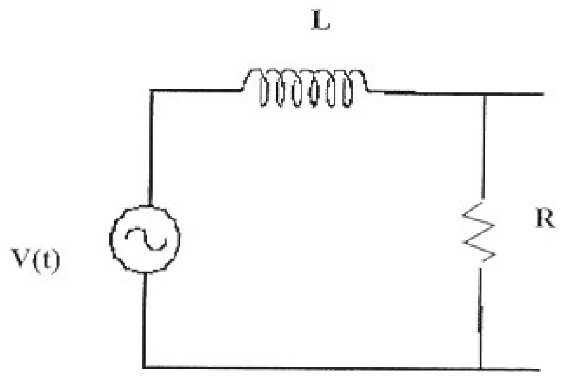
$L/\text{comp} = \dfrac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(b/a\right)$

d) $U_{mag}/\text{comp.} = \dfrac{1}{2} L i^2 = \dfrac{\mu_0 \ln(b/a) I^2}{4\pi}$

3ª Questão (2.5)

Considere um circuito LR conectado a uma fonte de tensão alternada do tipo:

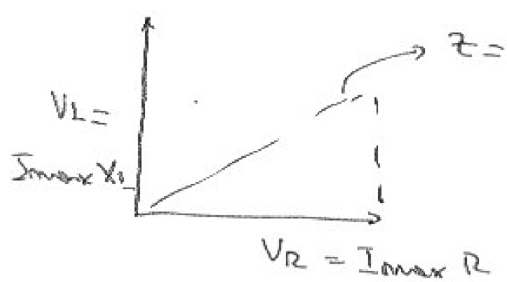
$V(t) = V_0 \cos(\omega t)$.



a) **(1.0)** Calcule a impedância do circuito.

b) **(1.5)** Este circuito pode ser usado como um filtro passa-baixa? Se isso for possível diga como. No caso da resposta ser negativa explique porque. **Justifique claramente suas respostas**

a)



$$Z = \frac{V_{max}}{I_{max}} = \frac{I_{max}}{I_{max}} \sqrt{R^2 + w^2 L^2}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + w^2 L^2}$$

b) Sim.

$$\frac{V_R}{V_{ent}} = \frac{R\,\cancel{I_{max}}}{\cancel{I_{max}} \sqrt{R^2 + w^2 L^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + w^2 L^2}}$$

$$w \to \infty \quad ; \quad \frac{V_R}{V_{ent}} \to 0$$

$$w \to 0 \quad ; \quad \frac{V_R}{V_{ent}} \to 1. \Rightarrow \text{filtro passa-baixa.}$$

4.ª Questão (2.5)

Um circuito RLC em série (como na figura) é ligado a uma fonte de alimentação de $\varepsilon = 10$ V (valor quadrático médio), $\omega = 10$ rad/s, a corrente é $\mathbf{I} = 1$ A (valor quadrático médio) e **esta corrente está adiantada** de $\frac{\pi}{4}$ em relação à tensão ε.

<u>Na situação descrita</u> :

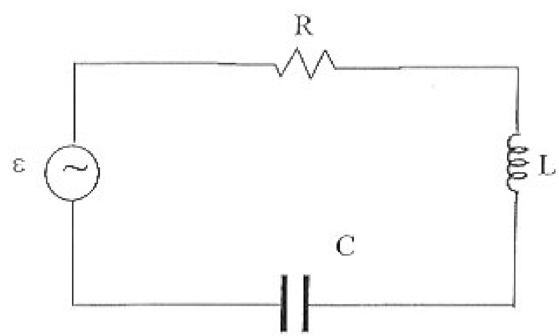
(a) **(0.5)** Desenhe o gráfico dos fasores relativo a este circuito.

(b) **(0.5)** Calcule o fator de potência. Determine a potência P fornecida ao circuito.

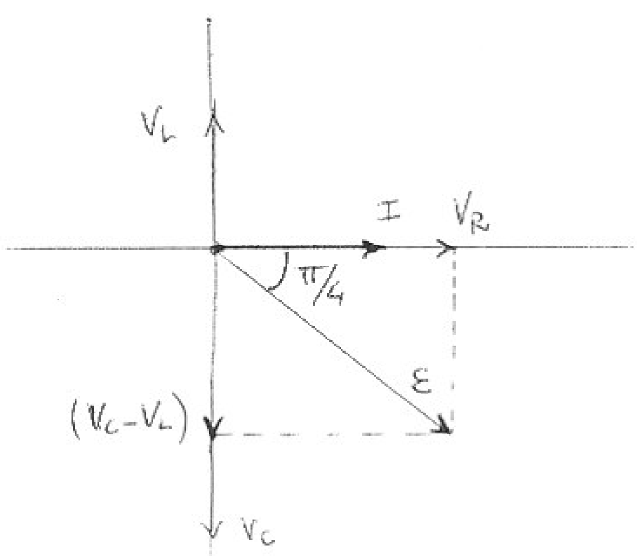
(c) **(0.5)** Calcule o valor da resistência R.

(d) **(0.5)** Se o valor da indutância L é $L = \sqrt{2}$ H, determine o valor da capacitância C.

(e) **(0.5)** **Qualitativamente** voce saberia dizer, **justificando claramente o seu raciocínio**, qual outro elemento entre R, L e C deveria ser acrescentado ao circuito para tornar o fator de potência igual a 1 ? (*sugestão: para o seu raciocínio utilize o gráfico dos fasores*).



(a)



(b) fator de potência = $\cos\varphi$

$$\varphi = \left(-\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \cos\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Potência fornecida ao circuito = P

$$P = V_{mq}\, I_{mq} \cos\varphi = 10 \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}} = 5\sqrt{2}\ (V)$$

(c) A potência pode ser expressa também como:

$$P = R\, I_{mq}^2 \Rightarrow R = \frac{P}{I_{mq}^2} = \frac{5\sqrt{2}}{(1)^2} = 5\sqrt{2}\ (\Omega)$$

(d) Considerando que $L = \sqrt{2}$ (H) e que : $\varphi = \left(-\frac{\pi}{4}\right)$

$$\tan\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -1$$

$$\Rightarrow \omega L - \frac{1}{\omega C} = -R \Rightarrow \frac{1}{\omega C} = \omega L + R$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\omega C} = 10 \cdot \sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 15\sqrt{2}\ (\Omega)$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{\omega \cdot 15\sqrt{2}} = \frac{1}{10 \cdot 15\sqrt{2}} = \frac{1}{150\sqrt{2}}\ (F)$$

(e) Para tornar o fator de potência ($\cos\varphi$) igual a 1 (ou seja corrente I e tensão $\mathcal{E}$ em fase) é necessário que $V_C - V_L = 0$. Por isso, observando a situação atual representada no gráfico do item (a), é necessário adicionar um indutor L' para aumentar a ddp indutiva compensando aquela capacitiva.

FKT