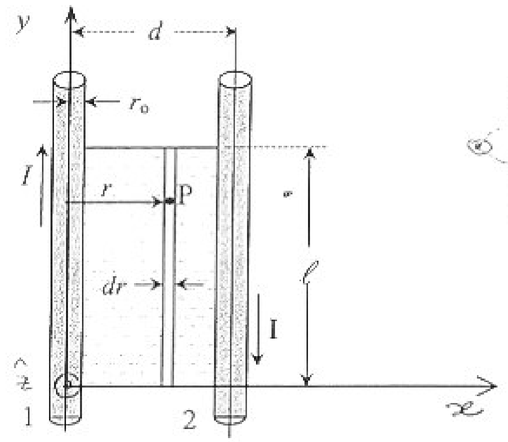
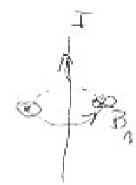
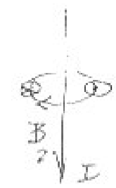
1^a Questão (2.5):

Um cabo paralelo é formado por dois fios condutores longos, retilíneos, que transportam corrente I em sentidos opostos, conforme a figura abaixo. Cada fio tem raio r_o e seus eixos são separados por uma distância d.

O módulo do campo magnético de fio muito longo com corrente I, em pontos fora do fio, é: $\mu_o I/(2\pi r)$, sendo r a distância ao eixo.







(a) (1,0) Determine, a expressão do módulo do campo magnético num ponto P entre os fios, no plano que contém os eixos. Indique, justificando, a direção e o sentido do campo.

(b) (1,0) Considere, nesse plano, a superfície de comprimento ℓ e largura $d-2r_o$ na região entre os fios ($r_o < r < d-r_o$). Calcule o fluxo magnético através dessa superfície.

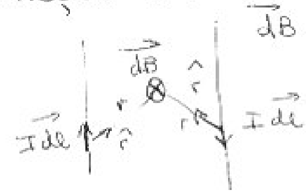
(c) (0,5) Calcule a indutância por unidade de comprimento desse cabo (L/ℓ), desprezando o fluxo magnético no interior dos fios.

(a) Na região entre os fios as duas correntes contribuem com campo magnético "entrando" no papel $(-\hat{z})$.

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} + \frac{\mu_0 I}{2\pi (d-r)}$$

Direção e sentido $-\hat{z}$

$$\vec{dB} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{\vec{dl} \times \hat{r}}{r^2}$$



(b) $\Phi_m = \int \vec{B} \cdot \hat{m}\, dA$

escolhendo $\hat{m}$ na direção e sentido $(-\hat{z})$.

$$\Phi_m = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_{r_0}^{d-r_0} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{(d-r)} \right) \ell\, dr = \frac{\mu_0 I \ell}{2\pi} \left(\ln \frac{d-r_0}{r_0} - \ln \frac{d-d+r_0}{d-r_0} \right)$$

$$= \frac{\cancel{2} \mu_0 I \ell}{\cancel{2}\pi} \ln \frac{d-r_0}{r_0}$$

(c) $L = \frac{\Phi_m}{I}$

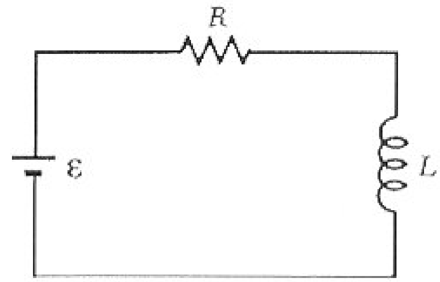
$$L = \frac{1}{\cancel{I}} \frac{\mu_0 \cancel{I} \ell}{\pi} \ln \frac{d-r_0}{r_0} \qquad \frac{L}{\ell} = \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{d-r_0}{r_0}$$

FKT

2º Questão

A operação de desligar um interruptor de um circuito pode ser simulada supondo-se que inicialmente o interruptor pode ser substituido por uma resistência pequena R_0 e quando o desligamos essa resistência aumenta bruscamente para um valor R_1. A operação de desligar o interruptor corresponderia então, nesse modelo, a variar bruscamente a resistência do circuito de R_0 para R_1.

Suponha que temos um circuito *RL* como mostra a figura ao lado. Este circuito está no seu estado *estacionário*. Pergunta-se:



(1,0) a) Qual a corrente que percorre o circuito?

(0,5) b) Se variarmos instantaneamente a resistência de R_0 para R_1, a corrente que percorre o circuito varia instantaneamente? Por que?

(1,0) c) Calcule o valor da diferença de potencial na resistência *imediatamente após* a resistência ter sido variada.

(0,5) d) Calcule a diferença de potencial no item (c) para ε=10V, R_0=1 Ω e R_1=1000 Ω.

(Observe que pode ser perigoso desligar rapidamente circuitos indutivos.)

a) $\mathcal{E} - R_0 i - \cancel{L\frac{di}{dt}} = 0 \Rightarrow \boxed{i = \frac{\mathcal{E}}{R_0}}$

0

(ESTADO ESTACIONÁRIO)

b) $\boxed{\text{NÃO.}}$ O INDUTOR POSSUI INÉRCIA DE CORRENTE. UMA DESCONTINUIDADE NA CORRENTE IMPLICARIA EM UMA FORÇA ELETROMOTRIZ INFINITA NO INDUTOR $\left(\mathcal{E}_L = -L\frac{di}{dt}\right)$.

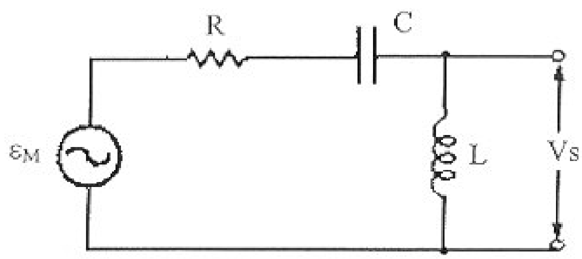
c) $V_{R_1} = R_1 i_0$ MAS $i_0 = \frac{\mathcal{E}}{R_0} \Rightarrow \boxed{V_{R_1} = \frac{R_1}{R_0}\mathcal{E}}$

d) $V_{R_1} = \frac{1000\,\Omega}{1\,\Omega} \cdot 10\,V = \boxed{10\,kV}$

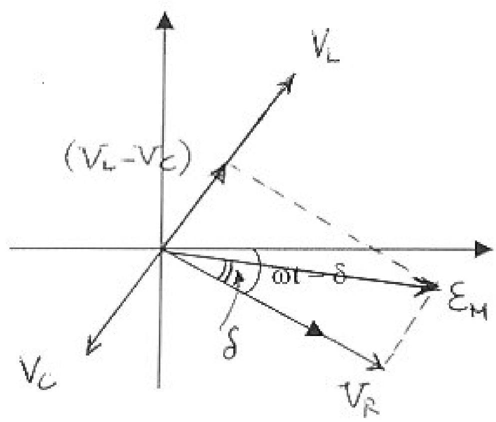
FKT

3ª Questão (2.5) :

A figura abaixo mostra um circuito *RLC* alimentado por um gerador cuja voltagem é dada por $\varepsilon(t) = \varepsilon_M$ sen ωt, onde a freqüência angular ω pode ser variada.
Considere a expressão da corrente dada por $I = I_M$ sen $(\omega t - \delta)$.



No diagrama abaixo encontra-se o fasor correspondente à corrente no circuito.



$$\mathcal{E}_M = V_R + V_C + V_L$$

(a) (0.5) Coloque no diagrama os fasores correspondentes às voltagens em cada elemento do circuito, satisfazendo a lei das malhas.

(b) (0.5) Encontre a expressão da impedância $Z = \varepsilon_M / I_M$ do circuito e o valor de $\tan\delta$ indicando no diagrama como você a calculou.

(c) (0.5) Considere a saída do circuito nos terminais do indutor L. Sendo Vs a amplitude da voltagem de saída, obtenha V_s/ε_M.

(d) (0.5) Se o valor do resistor R é escolhido de modo que $R = \sqrt{\dfrac{L}{C}}$, quanto vale V_s/ε_M na freqüência de ressonância do circuito ?

(e) (0.5) Faça um gráfico qualitativo de V_s/ε_M em função da freqüência angular ω.

(b) $$Z = \frac{\mathcal{E}_M}{I_M} \qquad I_M = \frac{\mathcal{E}_M}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{\mathcal{E}_M}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \qquad \operatorname{tg}\delta = \frac{V_L - V_C}{V_R} = \frac{\cancel{I_M}\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{\cancel{I_M} R}$$

$$\tan\delta = \frac{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{R}$$

(3ª questão continuação)

(c) $V_S = I_M \cdot X_L = I_M \cdot \omega L$

$\varepsilon_M = I_M \cdot Z = I_M \cdot \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$

$$\frac{V_S}{\varepsilon_M} = \frac{\cancel{I_M} \cdot \omega L}{\cancel{I_M} \cdot \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

(d) Na freqüência de ressonancia $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

temos que : $X_L = X_C \Rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C}$

$$\Rightarrow Z = \sqrt{R^2 + \underbrace{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}_{=0}} = \sqrt{R^2} = R$$

$$\Rightarrow \frac{V_S}{\varepsilon_M} = \frac{\omega_0 L}{R} \quad \text{mas} \quad \begin{cases} \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ R = \sqrt{\frac{L}{C}} \end{cases}$$

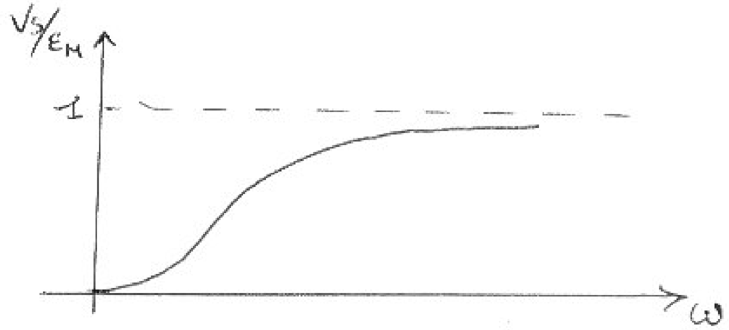
$$\Rightarrow \frac{V_S}{\varepsilon_M} = \frac{\cancel{\frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot L}}{\cancel{\sqrt{\frac{L}{C}}}} = 1$$

(e) $$\frac{V_S}{\varepsilon_M} = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{R^2}{(\omega L)^2} + \left(1 - \frac{1}{\omega^2 LC}\right)^2}}$$

$$\frac{V_S}{\varepsilon_M} \xrightarrow[\omega \to 0]{} 0$$

$$\frac{V_S}{\varepsilon_M} \xrightarrow[\omega \to \infty]{} 1$$

$\Rightarrow$



4ª Questão (2.5):

Uma onda eletromagnética plana, com comprimento de onda $\lambda = 3{,}0$ nm, propaga-se no espaço (vácuo) no sentido negativo do eixo z. O vetor campo elétrico, em $t = 0$, é dado por :

$$\vec{E}(z,0) = (\hat{x})E_0 \; sen\left(\frac{2\pi}{\lambda}z\right)$$

onde $E_0 = 300$ mV/m orientado segundo o eixo x.

(Dados: $c = 3{,}00 \times 10^8$ m/s, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Wb $A^{-1}m^{-1}$)

(a) (0,5) Qual o valor da freqüência f?

(b) (0,5) Qual o valor da freqüência angular ω?

(c) (0,5) Obtenha a direção e a amplitude do campo magnético associado à onda.

(d) (0,5) Obtenha a expressão do vetor campo elétrico $\vec{E}(z,t)$ em função do tempo e da coordenada z.

(e) (0,5) Obtenha a expressão para o vetor de Poynting em função do tempo e da coordenada z (não esquecendo de indicar direção e sentido).

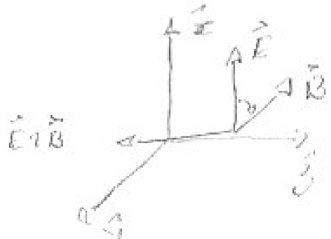
a) $\lambda f = c \;\therefore\; f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\times 10^8}{3} = 10^8\, s^{-1} = 10^8\, Hz$

b) $\omega = 2\pi f = 2\pi \times 10^8$ rad.s^{-1}

c) $B_0 = \frac{E_0}{c} = \frac{300\times 10^{-3}}{3\times 10^8} = 10^{-9}$ T (ou Wb/m^2)

Propagação no sentido $(-\hat{z}) \therefore \vec{E}\wedge\vec{B} \,//\, (-\hat{z}) \therefore (\hat{x})\wedge(-\hat{y}) = -\hat{z}$

logo $\vec{B} \,//\, -\hat{y}$



$(\vec{E}\wedge\vec{B}) \,//\, (-\hat{z}) \,//\, \vec{S}$

d) $\vec{E}(z,t) = \hat{x}\, E_m\, sen\left(\frac{2\pi}{\lambda} z + ct\right)$

e) $\vec{S}(z,t) = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}\wedge\vec{B} = \frac{1}{\mu_0}(E_0)\left(\frac{E_0}{c}\right) sen^2\left(\frac{2\pi}{\lambda} z + ct\right)(-\hat{z})$