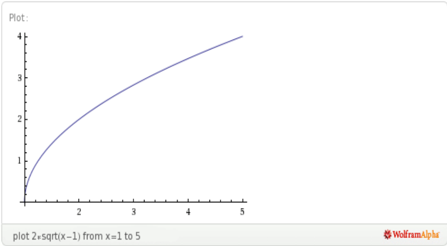
G1 de Mat1158 – Cálculo B – 2 de Setembro de 2010

1. Seja $f(x) = 2\sqrt{x-1}$ para $x \in [1,5]$.
   a. (0,3) Esboce o gráfico de f no intervalo acima.



   b. (0,7) Calcule a área A sob o gráfico de f, acima do eixo horizontal e entre as retas verticais $x = 1$ e $x = 5$.

$$\int_1^5 2\sqrt{x-1}\ dx = \int_0^4 2\sqrt{u}\ du = \left[\frac{2u^{3/2}}{3/2}\right]_{u=0}^{u=4} =$$

$$\frac{4}{3}\,4^{3/2} = \frac{32}{3}$$ feita a substituição u=x-1 logo du=dx

   c. (0,5) Determine M de tal forma que a área do retângulo de base 4 e altura M seja igual a área A calculada acima. Isto é $M \cdot (5-1) = A$ Neste caso

$$M = \frac{32/3}{4} = \frac{8}{3}$$

   d. (0,5) Determine m tal que $f(m) = M$

$$2\sqrt{m-1} = \frac{8}{3} \to \sqrt{m-1} = \frac{4}{3} \to m-1 = \frac{16}{9} \to m = \frac{25}{9}$$

2. Considere $g(x) = \int_1^{1+x-x^2} \sqrt{t^3+1}\ dt$
   a. Calcule a derivada da função g,

      $g'(x) = \sqrt{(1+x-x^2)^3+1}\,(1-2x)$

   b. Avalie $g'(1) = \sqrt{(1+1-1^2)^3+1}\,(1-2\cdot 1) = -\sqrt{2}$
   c. Determine $g(1) = \int_1^1 \sqrt{t^3+1}\ dt = 0$
   d. Qual a equação da reta tangente ao gráfico de g em $(1, g(1))$ $\quad (y-0) = -\sqrt{2}(x-1)$

3. Calcule as integrais:

   a. (0,7) $\int_7^{10} \frac{x}{\sqrt{x-6}}\ dx$ fazendo a substituição u=x-6, du=dx e x=u+6 logo $\int_7^{10} \frac{x}{\sqrt{x-6}}\ dx = \int_1^4 \frac{u+6}{\sqrt{u}}\ du = \int_1^4 u^{1/2} + 6u^{-1/2}\ du = \left(\frac{4^{3/2}}{3/2} + \frac{6\cdot 4^{1/2}}{1/2}\right) - \left(\frac{1^{3/2}}{3/2} + \frac{6\cdot 1^{1/2}}{1/2}\right) = \frac{16}{3} + 24 - \frac{2}{3} - 12 = \frac{14}{3} + 12 = \frac{50}{3}$

   b. (0,7) $\int_{-1}^{1} (x-1)(x^2-2x+7)\ dx$ fazendo a substituição $u = x^2 - 2x + 7$ temos que $du = 2x - 2\ dx = 2(x-1)dx$ logo $\frac{1}{2}du = (x-1)dx$ e $\int_{-1}^{1} (x-1)(x^2-2x+7)\ dx = \frac{1}{2}\int_{10}^{6} u\ du = \frac{1}{2}\left(\frac{6^2}{2} - \frac{10^2}{2}\right) = \frac{36-100}{4} = \frac{-64}{4} = -16$

   c. (0,6) $\int x \cdot cos\left(\frac{\pi}{6} - x^2\right)\ dx$ fazendo $u = \frac{\pi}{6} - x^2$ então $du = -2x\ \ dx$ e $\int x \cdot cos\left(\frac{\pi}{6} - x^2\right)\ dx = \frac{-1}{2}\int \cos(u)\ du = \frac{-sen(u)}{2} + C = \frac{-sen(\frac{\pi}{6}-x^2)}{2}$+C