PUC-RIO – CB-CTC

P2 DE ELETROMAGNETISMO – 21.05.13 – terça-feira

Nome :____

Assinatura: ____

Matrícula:______________________________________Turma:_______________

NÃO SERÃO ACEITAS RESPOSTAS SEM JUSTIFICATIVAS E CÁLCULOS EXPLÍCITOS.

Não é permitido destacar folhas da prova

Questão	**Valor**	**Grau**	**Revisão**
1ª Questão	3,5		
2ª Questão	3,0		
3ª Questão	3,5		
Total	10,0		

A prova só poderá ser feita a lápis, caneta azul ou preta e NÃO é permitido o uso de calculadoras eletrônicas.

Formulário:

Volumes: $\frac{4}{3}\pi R^3$ (Esfera de raio R)

$\pi R^2 L$ (Cilindro de raio R e comprimento L)

Superfícies: $4\pi R^2$ (Esfera de raio R)

$2\pi RL$ (Cilindro de raio R e comprimento L)

1ª Questão (3,5)

A vida útil de determinadas baterias termina quando elas fornecem toda a energia interna capaz de <u>manter a sua fem</u>. Considere uma bateria de fem $\varepsilon = 10$ V e com capacidade de energia de 10^5 J. Suponha que a bateria seja ideal (sem resistência interna).
Com esta bateria no circuito da **Figura 1**, onde R1 = 1,8 Ω e R2 = R3 = 3,6 Ω, determine:

a) **(0,7)** A potência fornecida pela bateria.
b) **(0,7)** A vida útil neste circuito expressa em horas.

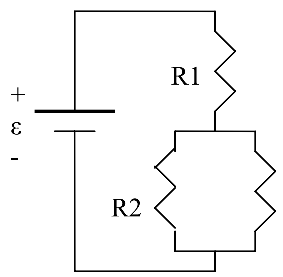


Figura 1

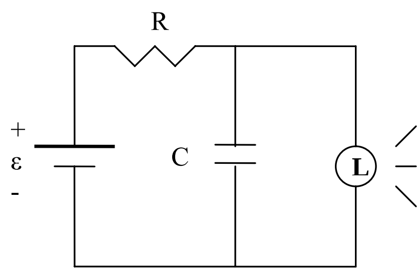


Figura 2

Uma nova bateria do mesmo tipo que a anterior é utilizada no circuito da **Figura 2**, onde R = 100 Ω e $C = 10^{-2}$ F. Trata-se de um circuito de emissão repetitiva de “flashes” de luz. Quando a voltagem do capacitor atinge 2/3 do seu valor máximo, a lâmpada L emite um “flash” de luz e descarrega-o instantaneamente, <u>repetindo-se o ciclo</u>.
Antes e depois de emitir cada “flash”, a lâmpada comporta-se como uma resistência infinita. Assumindo que e =3 (base dos logaritmos naturais), determine:

c) **(0,7)** O intervalo de tempo (período) entre “flashes”.

d) **(0,7)** A quantidade de “flashes” emitidos durante a vida útil da bateria.

e) **(0,7)** Em cada ciclo, a razão entre a energia armazenada em C e a dissipada em R.

SOLUÇÃO

a) $P = \varepsilon\, i = \varepsilon^2 / R_{eq}$; $R_{eq} = R1 + R^*$; $1/R^* = 1/R1 + 1/R2 \Rightarrow R^* = 1{,}8\ \Omega$; $R_{eq} = 3{,}6\ \Omega$
$P_B = 100/3{,}6$ W

b) P_B x vida útil $= 10^5 \Rightarrow$ **vida útil =** $10^5/(100/3{,}6) = 3600$ s = **1 hora**

c) $V_C = \varepsilon\,(1 - \exp(-t/\tau))$; $\tau = R\,C = 1$ s ; carga máxima $\Rightarrow V_C\ max = \varepsilon = 10$ V;
instante de flash : $V_C = 2/3\ \varepsilon$; $20/3 = 10\,(1 - \exp(-t)) \Rightarrow e^{-t} = 1/3 \Rightarrow$ **t =1 s**

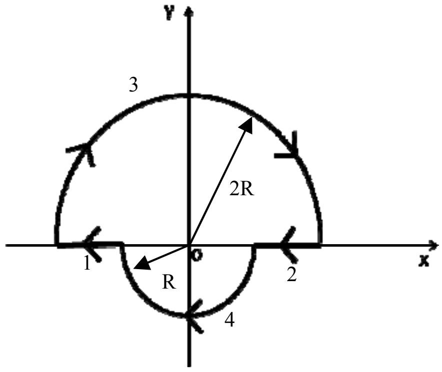
d) energia da bateria / flash = $\int_0^1 \varepsilon\, i(t)\, dt$; $i(t) = i_{max}\, e^{-t}$; $i_{max} = \varepsilon/R = 0{,}1$ A

energia da bateria /flash = 2/3 J ; $2/3\ N = 10^5 \Rightarrow$ **N = 1,5 x 10⁵ flashs**

e) energia em C /ciclo $= 1/2\ C\,(V_C\ max)^2 = 1/2 \times 10^{-2} \times (20/3)^2 = 2/9$ J
energia dissipada em R / ciclo = 2/3 – 2/9 = 4/9 ; razão = **1/2**

2ª Questão: (3,0)

O circuito da figura ao lado é formado por dois arcos de círculo de raios R e 2R e dois fios retilíneos de comprimento R.



Cada arco forma um setor de ângulo igual a π. O circuito é percorrido por uma corrente de intensidade *I* no sentido indicado. Calcule, justificando:

a) (**0,5**) as contribuições $\vec{B}_1$ e $\vec{B}_2$ dos segmentos retilíneos, e

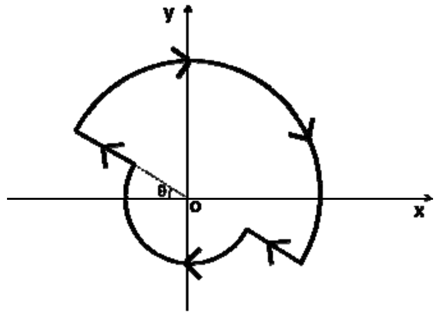
b) (**1,0**) as contribuições $\vec{B}_3$ e $\vec{B}_4$ dos arcos de raio R e 2R

para o campo magnético (módulo, direção e sentido) na origem O dos eixos XYZ, que corresponde ao centro dos dois arcos de círculo.

Considere agora que o arco de raio R gire de 180^0 em torno do eixo X (X = eixo de rotação).

c) (**1,0**) Calcule os novos campo magnéticos $\vec{B}_1, \vec{B}_2, \vec{B}_3$ e $\vec{B}_4$.

Enfim, o circuito da figura acima é girado de um ângulo θ, conforme indica a figura abaixo:



d) (**0,5**) Calcule os novos campo magnéticos $\vec{B}_1, \vec{B}_2, \vec{B}_3$ e $\vec{B}_4$.

SOLUÇÃO

a) Biot Savart $\quad d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{\vec{dl} \wedge \hat{r}}{r^2}$

Neste caso $\vec{dl}$ é // a $\vec{r}$, então $d\vec{B} = \vec{0}$ e $\vec{B_1} = \vec{B_2} = \vec{0}$

b) $\vec{B_4}$: $\quad d\vec{B_4} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{(2R)^2} (2R)\, d\theta\, \hat{k} = -\frac{\mu_0}{8\pi} \frac{I}{R} d\theta\, \hat{k}$

$$\vec{B_4} = -\frac{\mu_0}{8\pi} \frac{I}{R} \int_0^{\pi} d\theta\, \hat{k} = -\frac{\mu_0 I}{8R} \hat{k}$$

$$\vec{B}_3: \quad d\vec{B}_3 = -\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I R\, d\theta}{R^2}\hat{k} = -\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R}\, d\theta\, \hat{k}$$

$$\therefore \vec{B}_3 = -\frac{\mu_0 I}{4\pi R}\int_0^{\pi} d\theta\, \hat{k} = -\frac{\mu_0 I}{4R}\hat{k}$$

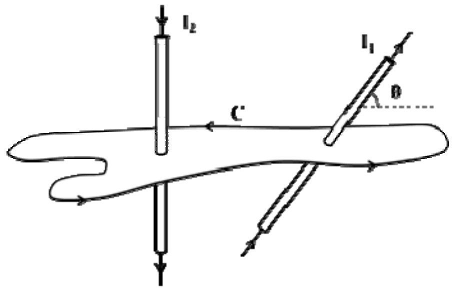
c) Só o campo $\vec{B}_3$ muda. A corrente nos arcos de raio R agora é invertida, então $\vec{B}_3 = +\frac{\mu_0 I}{4R}\hat{k}$

d) Nenhum dos campos muda, sendo a origem dos eixos O também o centro dos arcos de círculo.

3ª Questão: (3,5)

Parte I.

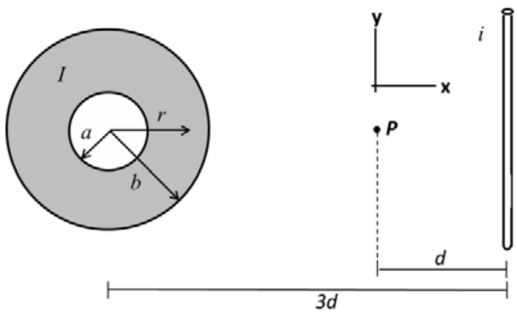
Um contorno amperiano planar C engloba dois fios retilíneos por onde fluem as correntes I_1 e I_2. Todos os sentidos estão indicados na figura ao lado. O fio I_2 corta perpendicularmente o plano que contém o contorno C, mas o fio I_1 o faz segundo o ângulo θ (sen θ = 0,6; cos θ = 0,8).



a) Sabendo que $I_1 = 3\, I_2$ e que a integral $\oint \vec{B}\cdot d\vec{l}$ ao longo de C fornece o valor $16\pi \times 10^{-10}\ T\ m$, encontre o valor da intensidade de corrente I_1.

Parte II.

A figura mostra a seção transversal de uma casca cilíndrica muito longa de raio interno a e raio externo b, que conduz uma corrente I uniformemente distribuída. O fio mostrado à direita só será usado no item (c).



b) Utilizando a Lei de Ampère, calcule o módulo do vetor campo magnético a uma distância r do centro para *a < r < b.*

c) Conforme mostra a figura, a casca cilíndrica está paralela ao eixo *z*, e um fio retilíneo muito longo, que transporta uma corrente *i*, está paralelo ao eixo *y*. O campo magnético resultante destes dois objetos é medido fora da casca cilíndrica no ponto *P*, e vale: $\vec{B}_P = (0{,}2\; mT)\hat{y} - (0{,}15\; mT)\hat{z}$. Sabendo que *d = 2 cm*, encontre as intensidades das correntes *I* (na casca) e *i* (no fio) e seus respectivos sentidos (forneça as respostas em termos dos vetores unitários).

Sugestão: o módulo do vetor campo magnético de uma distribuição cilíndrica muito longa, que transporta uma corrente I', à distância x, vale: $B = \dfrac{\mu_0 I'}{2\pi|x|}$.

SOLUÇÃO

Gabarito: OBS: COMO A QUESTÃO NEM A PROVA FORNECIAM O VALOR DE μ_0, NÃO FORAM DESCONTADOS PONTOS POR RESPOSTAS EM FUNÇÃO DELE.

a. (1,0)

O ângulo θ não tem a menor influência no resultado, pois para a Lei de Ampère só o que importa é que o fio I_1 corta o plano definido pelo contorno *C*. Assim, respeitando os sentidos dados na figura tanto para as correntes quanto para o contorno *C*:

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 I_{env}$$

$$16\pi \times 10^{-10} = 4\pi \times 10^{-7}(I_1 - I_2)$$

Usando $I_1 = 3\,I_2$, encontramos finalmente: $\boxed{I_1 = 6{,}0\; mA}$

b. (1,5)

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 I_{env}$$

Escolhemos o contorno amperiano como um círculo de raio *r* centrado na origem. Do lado esquerdo, pela simetria da situação, obtemos $B(2\pi r)$. No lado direito, temos que calcular a correte envolvida pelo contorno amperiano. Como a densidade de corrente é uniforme:

$$\frac{I}{\pi b^2 - \pi a^2} = \frac{I_{env}}{\pi r^2 - \pi a^2} \quad \rightarrow \quad I_{env} = I\left(\frac{r^2 - a^2}{b^2 - a^2}\right)$$

Finalmente:

$$\boxed{B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\left(\frac{r^2 - a^2}{b^2 - a^2}\right)}$$

c. (1,0)
Pela regra da mão direita, a componente $\hat{y}$ do campo em P tem de ter sido produzida pela casca cilíndrica, e isso somente se a corrente I nela tiver sentido $+\hat{z}$. Já a componente $-\hat{z}$ tem de ter sido produzida pelo fio, e isso somente se a corrente i nele tiver sentido $-\hat{y}$.
Assim, para a casca cilíndrica:

$$0{,}2 \times 10^{-3} = \frac{\mu_0 I}{2\pi(2d)} = \frac{4\pi \times 10^{-7}}{2\pi(2 \cdot 2 \times 10^{-2})} I \quad \rightarrow \quad \boxed{I = 40\ A}$$

no sentido $+\hat{z}$.
Para o fio:

$$0{,}15 \times 10^{-3} = \frac{\mu_0 i}{2\pi(d)} = \frac{4\pi \times 10^{-7}}{2\pi(2 \times 10^{-2})} i \quad \rightarrow \quad \boxed{i = 15\ A}$$

no sentido $-\hat{y}$.