PUC-RIO – CB-CTC

P3 DE ELETROMAGNETISMO – 12.06.13 – quarta-feira

Nome :____

Assinatura: ____

Matrícula:______________________________________Turma:_______________

<u>NÃO SERÃO ACEITAS RESPOSTAS SEM JUSTIFICATIVAS E CÁLCULOS EXPLÍCITOS.</u>

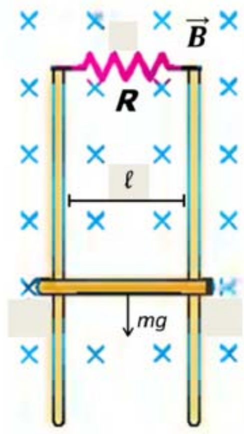
<u>Não é permitido destacar folhas da prova</u>

Questão	**Valor**	**Grau**	**Revisão**
1ª Questão	3,0		
2ª Questão	3,5		
3ª Questão	3,5		
Total	10,0		

<u>A prova só poderá ser feita a lápis, caneta azul ou preta e NÃO é permitido o uso de calculadoras eletrônicas.</u>

1ª Questão: (3,0)

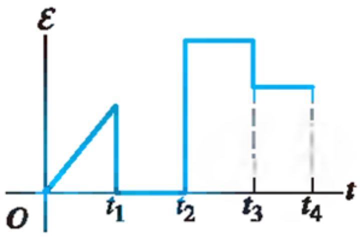
Uma barra condutora de resistência desprezível, comprimento ℓ = 30 cm e massa m = 0,090 kg, está deslizando para baixo em movimento uniforme com velocidade v, sob ação apenas de sua força peso e de uma força magnética. Esta força é gerada pelo campo magnético externo (uniforme e constante) aplicado na direção entrando na folha de papel, e de módulo B = 0,5 T. A barra faz contato com trilhos condutores de resistência também desprezível e o circuito é fechado pela resistência R = 0,05 Ω.
Considere g = 10 m/s^2 e que o campo magnético externo é muito intenso, de modo que o campo magnético devido à corrente induzida no circuito pode ser desprezado.



a) (**1,0**) Responda, <u>justificando</u>, qual o sentido da corrente induzida I_{IND} no circuito (horário ou anti-horário) e qual o sentido do vetor força magnética $\vec{F}$ sobre a barra (para cima ou para baixo).

b) (**1,0**) Calcule o módulo da velocidade constante *v* com que a barra desliza para baixo na montagem da figura.

c) (**1,0**) Agora a barra foi fixada numa certa posição. A *fem* induzida ε no circuito como função do tempo é dada no gráfico ao lado. Faça um esboço qualitativo do gráfico do <u>módulo</u> do campo magnético externo *B* em função do tempo. Faça a suposição de que *B* começa em zero e é contínuo durante todo o intervalo, explicitando no eixo os instantes t_1, t_2, t_3 e t_4.



SOLUÇÃO

a) Fluxo de $\vec{B}$ para dentro do papel aumentando → Lei de Lenz: $\vec{B}_{IND}$ **<u>para fora do papel</u>** → I_{IND} **<u>no sentido anti-horário</u>** → Regra da mão direita: $\vec{F} = I\,\vec{l} \times \vec{B}$ → $\vec{F}$ **<u>para cima</u>** (pois I_{IND} na barra está para a direita e campo $\vec{B}$ para dentro do papel).

b) Movimento uniforme da barra:

$$mg = IlB$$

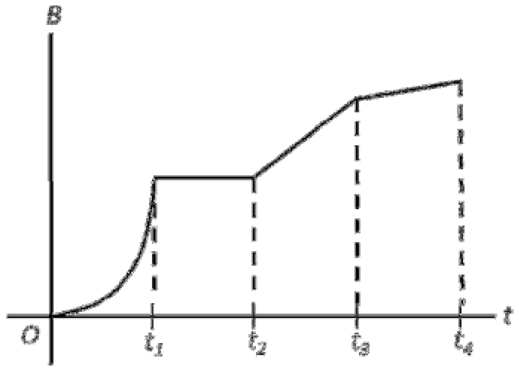
Usando a Lei de Faraday:

$$mg = \left(\frac{E_{IND}}{R}\right) lB = \left(\frac{Blv}{R}\right) lB = \frac{B^2 l^2 v}{R}$$

Finalmente:

$$v = \frac{mgR}{B^2 l^2} \quad \rightarrow \quad \boxed{v = 2{,}0\ m/s}$$

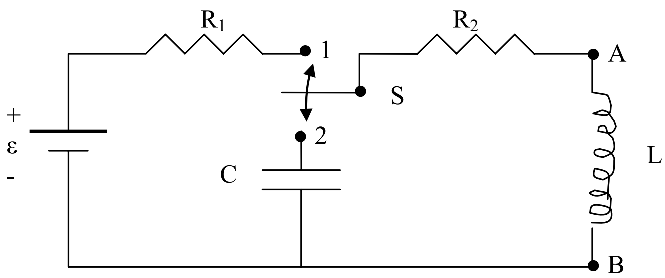
c)



2ª Questão: (3,5)

Considere o circuito da figura onde $\varepsilon = 5V$, $R_1 = 4\ \Omega$, $R_2 = 1\Omega$, $L = 10^{-3}$ H e $C = 10^{-3}$ F. Neste circuito ocorrem as seguintes fases sucessivas:

Fase 1 : chave na posição 1 durante longo tempo.
Fase 2: chave comutada instantaneamente da posição 1 para a posição 2, permanecendo nesta posição durante longo tempo.



Considerando que no início da Fase 1 o capacitor e o indutor não têm energia armazenada, determine:

a) (**0.5**) A intensidade e o sentido da corrente no indutor em função do tempo durante a Fase1.
b) (**0.5**) A d.d.p. $V_A - V_B$ em função do tempo durante a Fase1.
c) (**0.5**) A energia armazenada no indutor no final da Fase 1.
d) (**0,5**) A corrente no indutor em função do tempo na Fase 2, indicando o sentido no início desta fase (t = 0 s imediatamente após a comutação da chave da posição 1 para a posição 2).
e) (**0,5**) As d.d.p. $V_S - V_A$, $V_A - V_B$ e $V_B - V_S$ no início da Fase 2.
f) (**1,0**) Quais seriam os efeitos na corrente do indutor durante a Fase 2 se os valores de R_1 e R_2 forem trocados para 1 Ω e 4 Ω , respectivamente?

SOLUÇÃO

a) **Fase1**:circuito RL com energização do indutor $\Rightarrow i(t) = i_{max}(1-e^{-t/\tau})$; final da **Fase 1** indutor como "curto" $\Rightarrow i_{max} = \varepsilon/(R_1+R_2) = 5/5 = 1$ A e $\tau = L/(R_1+R_2) = 2 \times 10^{-4}$ s

$i(t) = 1-e^{-5000\,t}$ A com sentido horário.

b) Corrente i crescente $\Rightarrow$ di/dt > 0 $\Rightarrow$ $V_A - V_B$ (t)= L di/dt ; di/dt = 5000 $e^{-5000\,t}$ **;**
$V_A - V_B$ (t) = 5 $e^{-5000\,t}$ V

c) $U_L = \frac{1}{2} L\,(i_{max})^2$ **; U_L = 5 x10^{-4} J**

d) **Fase 2**: circuito RLC com indutor inicialmente energizado ; corrente no inicio da **Fase 2** com **sentido anti-horário**; corrente durante a **Fase 2** oscilante e de amplitude amortecida $\Rightarrow$

$i(t) = i(0)\,e^{-\gamma t}\cos(\omega' t)$; i(0) = 1 A ; $\gamma = R_2 / 2L$ = 500 ; $\omega' = \sqrt{\omega_o^2 - \gamma^2}$

$\omega_0 = 1/\sqrt{LC} = 10^3$ rad/s ; ω' = $500\sqrt{3}$ rad/s; **i(t) = e^{-500t} cos($500\sqrt{3}$ t) A**

e) Capacitor sem carga no inicio da fase 2 $\Rightarrow$ **$V_B - V_C$ = 0 ; $V_C - V_A$ = R_2 i(0) = 1 V** ;
Lei das malhas $\Rightarrow$ **$V_A - V_B$ = - 1 V**

f) Neste caso calculando o novo gama: γ ' = 4 / L = 4000 ; γ' > $\omega_0 \Rightarrow$ ω' imaginário $\Rightarrow$ **circuito de corrente decrescente sem oscilação.**

3ª Questão: (3,5)

Um potenciômetro (*dimmer*) é um dispositivo que permite variar a intensidade luminosa de uma lâmpada. Estes dispositivos são compostos por uma bobina de indutância L variável em série com uma lâmpada (Figura 1).

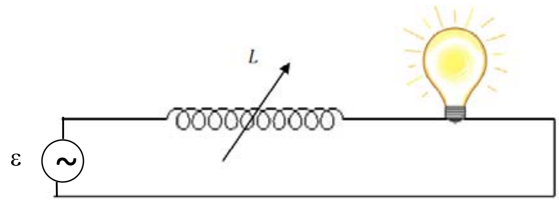


Fig.1

O circuito é alimentado por um gerador alternado com uma f.e.m. eficaz ε_{eff} = 100 V e uma frequência angular ω = 50 rad/s. Considere que a lâmpada utilizada é de 1000 W de potência e que a sua resistência elétrica seja independente da temperatura.

a) (**0,5**) Calcule qual deve ser o valor mínimo da indutância L para que a potência média dissipada na lâmpada seja máxima (1000 W).

b) (**1,0**) Calcule qual deve ser o valor máximo da indutância L para que a potência média dissipada pela lâmpada seja 200 W.

c) (**0.5**) Se no lugar do gerador de f.e.m. alternada fosse inserida uma bateria em corrente continua ε_0, qual deveria ser o valor da tensão ε_0 para que, decorrido um tempo muito longo, a potência dissipada na lâmpada fosse de 1000 W ?

Considere novamente o circuito da **Fig.1**. Agora a lâmpada é substituída por um resistor R do mesmo valor e no circuito é inserido em série um capacitor C = 10 mF.

d) (**0,5**) Considerando que a indutância L possui o valor máximo calculado no item (a) desenhe o diagrama de fasores do circuito. A corrente que passa no circuito está adiantada ou atrasada em relação à tensão do gerador ?

e) (**1,0**) Mudando o valor da indutância L entre os limites calculados nos itens (a) e (b) é possível fazer com que o circuito entre em ressonância? Em caso de resposta negativa justifique. Em caso de resposta afirmativa calcule o valor de L para que isso aconteça.

SOLUÇÃO

a) Obviamente é a lâmpada que é o elemento resistivo e que dissipa potência.

A potencia média dissipada no circuito vale :

$$P_{med} = \varepsilon_{eff} I_{eff} \cos\varphi \quad \text{onde} \quad I_{eff} = \frac{\varepsilon_{eff}}{Z} \quad \text{e} \quad \cos\varphi = \frac{R}{Z} \quad \text{e} \quad Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$$

Desta forma:

$$P_{med} = \varepsilon^2{}_{eff} \frac{R}{Z^2}$$

Para que a lâmpada dissipe a potência máxima (1000 W) é necessário que Z assuma o valor mínimo. Considerando que R não varia, a única maneira é que L seja o mínimo possível, ou seja:

L = 0 e portanto Z = R

Neste caso:

$$P_{med} = 1000 = \frac{\varepsilon^2{}_{eff}}{R} = \frac{(100)^2}{R} \quad \rightarrow \quad R = \frac{10^4}{10^3} = 10\,\Omega$$

(b) Para que a potência média dissipada seja igual a 200 W precisamos que L ≠ 0.

Neste caso:

$$P_{med} = 200 = \varepsilon_{eff} I_{eff} \cos\varphi = \varepsilon^2{}_{eff} \frac{R}{Z^2} \quad \rightarrow \quad Z^2 = \frac{\varepsilon^2{}_{eff} R}{200} = \frac{100^2 \cdot 10}{200} = 500$$

$$Z^2 = R^2 + \omega^2 L^2 = 500 \quad \rightarrow \quad \omega^2 L^2 = 500 - 100 = 400 \quad \rightarrow \quad \omega L = 20$$

$$L = \frac{20}{50} = 0{,}4\ H$$

(c) Se fosse inserida uma bateria ε_0, após esperar um tempo longo, para dissipar P = 1000 W teremos que :

$$P = R\,I^2 = R\frac{\varepsilon^2{}_0}{R^2} = \frac{\varepsilon^2{}_0}{R} = 1000 \quad \rightarrow \quad \varepsilon_0^2 = 1000 \cdot 10 \quad \rightarrow \quad \varepsilon_0 = 100\ V$$

Ou seja o valor de ε_0 deve ser o mesmo de ε_{eff}.

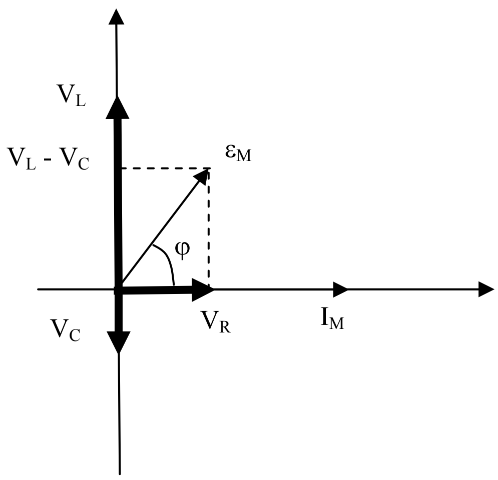
(d) Considerando o valor máximo de L calculado no item (b), L = 0,4 H, e a inserção de um capacitor C = 10 mF, para desenhar o diagrama de fasores temos que calcular as reatâncias do circuito :

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{50 \cdot 10^{-2}} = 2\,\Omega \quad ; \qquad X_L = \omega L = 50 \cdot 0{,}4 = 20\,\Omega \quad ; \quad \mathrm{R} = 10\,\Omega$$

A corrente no circuito, I_M, é comum a todos os elementos e portanto será uma constante que multiplica as reatâncias para determinar os valores das tensões:

$$V_L = X_L\,I_M = 20\,I_M \quad ; \quad V_C = X_C\,I_M = 2\,I_M \; ; \quad V_R = R\,I_M = 10\,I_M$$

Portanto:



A corrente está, portanto, atrasada de um ângulo φ em relação à tensão do gerador. Isto é evidente considerando que X_L é maior que X_C e portanto o circuito tem comportamento indutivo.

(e) Sim. Mudando a indutância entre os limites de L = 0 e L = 0,4 H é possível fazer com que o circuito entre em ressonância. Para que isso aconteça precisaremos que:

$$X_C = X_L \quad \rightarrow \quad \omega\,L = \frac{1}{\omega\,C} \quad \rightarrow \quad L = \frac{1}{\omega^2 C^2} = \frac{1}{50^2 \cdot 10^{-2}} = 0{,}04\ H$$

Portanto : **L = 0,04 H** que é um valor entre L = 0 e L = 0,4 H.