

P3 de Álgebra Linear I – 2001.1

Data: 20 de junho de 2001.

Nome: \_\_\_\_\_ Matrícula: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Questão	Valor	Nota	Revisão
1	2.5		
2	2.5		
3	2.5		
4	3.0		
Total	10.0		

**Instruções:**

- Não é permitido usar calculadora. Mantenha o celular desligado.
- Justifique todas as respostas. Escreva de forma clara, legível e organizada.
- Em cada uma das questões da prova não haverá pontuação parcial – Verifique cuidadosamente suas respostas.
- Faça a prova na sua turma.

1) Considere as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

- a) Determine os autovalores e autovetores das matrizes  $A$  e  $B$ . (0.5 + 0.5).  
b) Estude se estas matrizes são diagonalizáveis. (0.5).  
c) Escreva as matrizes diagonalizáveis do item anterior na forma  $RDR^{-1}$  onde  $D$  é uma matriz diagonal. (0.5 + 0.5).

2) Considere a matriz

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2.a) Encontre todos os autovalores de  $F$  e todos os autovetores de  $F$ . (0.5 + 0.5).

2.b) Encontre uma matriz  $R$  inversível, sua inversa  $R^{-1}$  e uma matriz  $D$  diagonal tais que  $F = RDR^{-1}$ . (0.5 + 0.5 + 0.5).

3) Considere a projeção ortogonal  $P$  no plano  $2x + 2y + z = 0$ .

Escreva a matriz de  $P$  da forma  $BDB^{-1}$ , onde  $D$  é uma matriz diagonal. Ache  $B$ ,  $D$  e  $B^{-1}$  explicitamente. ( $B = 1.0$ ,  $D = 1$  e  $B^{-1} = 0.5$ ).

4) Para cada uma das matrizes abaixo, verifique se é uma rotação ou uma projeção ortogonal, ou nem uma coisa nem outra. Para a rotação identifique o eixo, e para a projeção o plano ou a reta onde é feita a projeção.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 6 & 5 & 7 \\ 1 & 7 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \end{pmatrix},$$
$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}.$$

(Cada identificação 0.5, o plano de projeção 0.5, e o eixo de rotação 0.5).