P1 Cálculo B 2010.1

1) $f(x) = \int_0^{x^2+a} \sqrt{t^2+2}\, dt$. Derivamos, e usamos a regra da cadeia:

f'(x)=$\left(\sqrt{(x^2+a)^2+2}\right)2x$

f'(1)=$\left(\sqrt{(1^2+a)^2+2}\right)2$ =4 elevando ao quadrado, vem: a^2+2a+3=4, o que implica que a=-1+$\sqrt{2}$ ou -1-$\sqrt{2}$ e como a>0, a resposta é -1+$\sqrt{2}$

2) a)$\int_0^2 (x-1)^{24}\, dx = F(2) - F(0)$ sendo F(x) = $\left[\frac{(x-1)^{25}}{25}\right]$ o que dá 2/25.

b)$I = \int \frac{x}{\sqrt{1+2x}}$dx fazemos u=1+2x, e temos du=2dx, e x= (u-1)/2, e a integral fica:

I=$\int \frac{u-1}{2\sqrt{u}} \frac{du}{2}$=$\frac{1}{4}\int(\sqrt{u}$-$\frac{1}{\sqrt{u}}$)du = $\frac{1}{4}\left(\frac{u^{3/2}}{3/2}\right) - \frac{1}{4}\left(\frac{u^{1/2}}{1/2}\right) + C$=

$\frac{1}{4}\left(\frac{(1+2x)^{3/2}}{3/2}\right) - \frac{1}{4}\left(\frac{(1+2x)^{1/2}}{1/2}\right)$ +C

c) $\int_{-1}^{1} \frac{xdx}{(x^2+1)^2}$ =0 por que a função é impar e o intervalo é simétrico em relação a 0. Ou mudando variáveis fazendo u=x^2+1, fica uma integral de 2 a 2, que dá zero.

d) $\int \frac{\cos(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$ fazendo u= $\sqrt{x}$ temos du=$\frac{dx}{2\sqrt{x}}$ e a integral fica
$\int 2\cos(u)\, du$ = 2sen(u) +C = 2sen($\sqrt{x}$) +C

3)f(x)= $\sqrt{4+\frac{1}{x}}$

a) domínio: x≠0 e 4+ 1/x ≥0 , ou seja 1/x ≥ -4. Separamos em 2 casos:

x≥0, então 1/x≥0 e 4+1/x≥0. Logo todo x≥0 está no domíno.

x<0. Então1/x <0 e queremos 4+1/x ≥0. Ou seja 1/x é um número negativo entre -4 e 0 ,pois essa é a condição para que 4+1/x seja positivo. Então x <-1/4.

De outro modo : $4+1/x = (4x+1)/x$. Para ser positivo, é preciso que numerador e denominador tenham o mesmo sinal, ou seja ambos positivos, que é o caso $x \geq 0$ e $x \geq -1/4$ ou ambos negativos que é o caso $x<0$ e $x<-1/4$.
O domínio é então : $(-\infty,-1/4]$ $U(0, \infty)$.

b) assíntota horizontal é caracterizada pelos limites de f(x) em mais e menos infinito. Em ambos os casos, 1/x vai a zero e f(x) vai a 2. Então a reta y=2 é assíntota horizontal em menos e mais infinito.

c) assíntota vertical: existe quando para algum valor A, o limite de f(x) quando x tende a A é infinito (ou menos infinito). Fazendo o limite de f(x) quando x tende a 0 por valores positivos, temos que f(x) tende a infinito. Logo assíntota vertical x=0.
Observe que em x=-1/4, temos f(-1/4)=0.

Segue o gráfico de f:

```
> plot(sqrt(4+1/x),x=-1...1., y=-1..12);
```