Cálculo B Solução do P2 de 2009.1

3.Em ambos os limites temos uma fração com numerador e denominador tendendo a zero. Usamos então a regra de l'Hospital e derivamos numerador e denominador. No item a) é preciso aplicar duas vezes, no item b) basta uma.

a) $\lim_{x \to 0} \frac{x^2}{1-\cos(3x)} = \lim_{x \to 0} \frac{2x}{3\mathrm{sen}\,(3x)} = \lim_{x \to 0} \frac{2}{9\cos(3x)}$ =2/9

b) $\lim_{x \to 1} \frac{\ln(x)}{x-\sqrt{x}} = \lim_{x \to 1} \frac{1/x}{1-1/(2\sqrt{x})}$ =2

4.f(x)=x^2e^{2x}

a)domínio de f: não há restrições, f está definido para todo x real.

b)assíntotas: Como o dominio é R, não há assíntota vertical. Para assíntota horizontal vamos fazer os limites no infinito.

Em menos infinito, fazemos u=-x para termos um quociente: u^2/e^{2u}, com u indo a mais infinito. Agora é só usar L'Hospital, obtendo $2u/(2e^{2u})$, e aplicando mais uma vez, temos $1/2e^{2u}$, que vai a zero. Então a reta y=0 é assíntota horizontal.

Em mais infinito, f(x) vai ao infinito e f'(x)=2 $x^2e^{2x}+2xe^{2x}$ também vai ao infinito, logo não assíntota em mais infinito (nem horizontal nem inclinada)

c) intervalos de crescimento:

f'(x)=2 $x^2e^{2x}+2xe^{2x}=2e^{2x}(x^2+x)$.

f cresce onde $(x^2+x)>0$ e decresce onde $(x^2+x).<0$, ou seja, cresce em x<-1 e em x>0, e decresce em -1<x<0.

d)extremos locais: f´(1)=0 e f cresce antes e decresce depois, logo é máximo local.

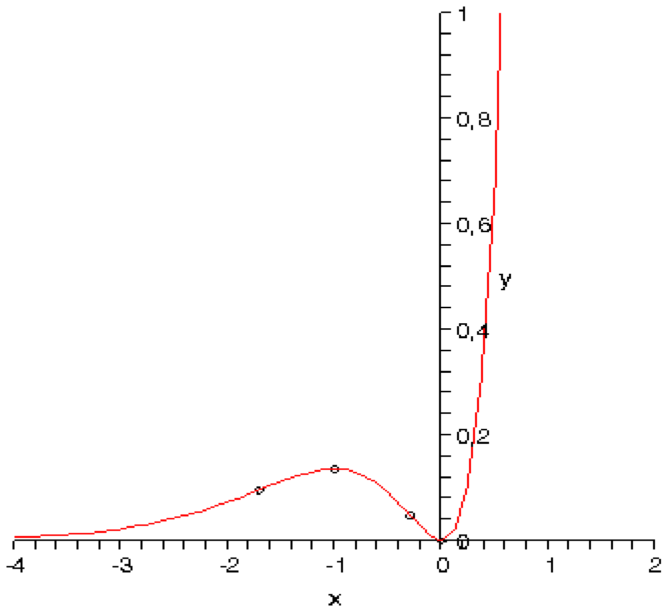
f´(0) =0 e f decresce antes e cresce depois: mínimo local.

e) concavidade: f''(x)=$4e^{2x}(x^2+x)+2e^{2x}(2x+1)=2e^{2x}(2x^2+4x+1)$. A concavidade é para cima onde f''(x)>0 e é para baixo onde f''(x)<0. Sejam $x_1<x_2$ as raízes de $2x^2+4x+1$. Então x_1=-1-sqrt(2)/2 e x_2=-1+sqrt(2).

Então a concavidade é para cima se $x<x_1$ ou $x>x_2$, e pra baixo se $x_1<x<x_2$.

f) os pontos de inflexão são os pontos onde a concavidade muda, ou seja x_1 e x_2 encontrado acima.

g)



5).f(x)= x arctan(x)

a)l lim (f(x) ,x=infinito) = + infinito, já que x vai ao infinito e arctan(x) vai a 1, logo o produto vai ao infinito.

b)f´(x) = x/(1+x^2) + arctan(x). O 1o termo vai a zero, por uma aplicação da regra de l´Hospital (ou dividindo por x^2

numerador e denominador, e vendo que o novo numerador vai a zero , e o novo denominador vai a 1). O 2º termo vai a Pi/2. Log a=Pi/2.

x arctan(x) –ax=x (arctan(x)-a). Quando x vai ao infinito , temos um produto zero vezes infinito. Para resolver o limite, vamos escrever:

x (arctan(x)-a).= $\frac{\arctan(x)-\pi/2}{1/x}$ Agora temos um quociente do tipo 0/0 no limite, logo podemos aplicar a regra de l´Hospital, obtendo: $\lim\frac{1/(1+x^2)}{-1/x^2}=-1$

d) o gráfico tem uma assíntota y=ax+b com a=$\pi/2$ e b=-1 , pois , como calculado no item anterior,, o limite de f(x) - (ax+b) quando x vai ao infinito é zero. Isto é a definição de assíntota.