P2 de Equações diferenciais e de diferenças
MAT 1154 — 2008.2
Data: 10 de outubro de 2008

Nome:______________________________________ Matrícula:__________
Assinatura:___________________________________ Turma:__________

Questão	Valor	Nota	Revisão
1a	1.3		
1b	1.2		
2	1.3		
3	1.2		
4a	1.0		
4b	1.0		
Prova	7.0		
Teste	3.0		
Nota final	10.0		

Instruções

- Mantenha seu celular desligado durante toda a prova.
- Não é permitido usar nenhum tipo de calculadora.
- Não destaque as folhas da prova.
- A prova pode ser resolvida a lápis, caneta azul ou caneta preta.
  Não use caneta vermelha ou verde.
- Você **não** tem o direito de consultar anotações.
- Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Resolva os problemas de valor inicial abaixo:

   (a)

$$\mathbf{y}' - A\mathbf{y} = b(t), \quad A = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad b(t) = \begin{pmatrix} 2\,e^{-t} \\ -4\,e^{-t} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(b)

$$y_1' = 3\,y_1 + y_2, \quad y_2' = 2\,y_1 + 4\,y_2, \quad y_1(0) = 2, \quad y_2(0) = 1.$$

2. Resolva o sistema de equações de diferenças abaixo:

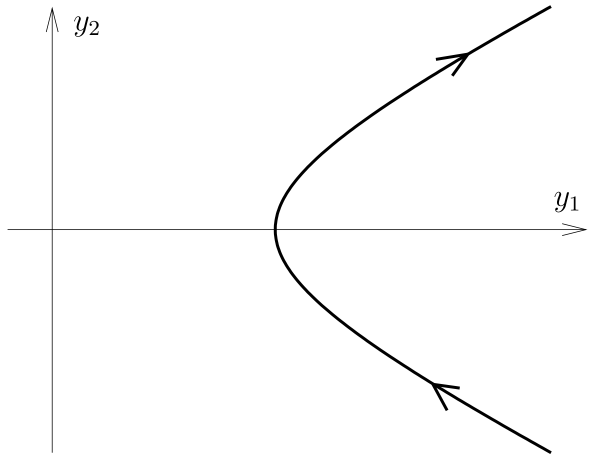
$$a_{n+1} = 6\,a_n - 4\,b_n + 1, \quad b_{n+1} = a_n + 2\,b_n + 2, \quad a_0 = 0, \quad b_0 = 0.$$

3. A seqüência (a_n) satisfaz $a_0 = 1$, $a_n \geq 0$ para todo $n \geq 0$ e $a_{n+2} = -3\,a_{n+1} + a_n$ para todo $n \geq 0$.

   Calcule a_1.

4. Em cada item, dê um exemplo de uma matrix real 2×2 tal que o diagrama de fase e as soluções de $\mathbf{y}' = A\mathbf{y}$ (onde $\mathbf{y} = (y_1, y_2)$) satisfaçam a descrição dada.

   (a) O ramo $y_1 > 0$ da hipérbole $y_1^2 - 4\, y_2^2 = 1$ aparece no diagrama de fase com setas apontando para cima.



(b) A parte $y_1 > 0$ da curva $y_2 = y_1^3$ aparece no diagrama de fase com setas apontando para longe da origem.