

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G4 10 dezembro de 2012

(versão I)

Início: 17:00 Término: 18:50

Nome: _____

Matrícula: _____ Turma: _____

Se você é um(a) aluno(a) aprovado(a) em G3, responda SIM ou NÃO à seguinte pergunta: deseja que esta sua G4 seja corrigida e, portanto, que sua nota seja considerada, mesmo que isto o(a) prejudique? Resposta: _____

Se você não responder, vamos assumir que a resposta é NÃO.

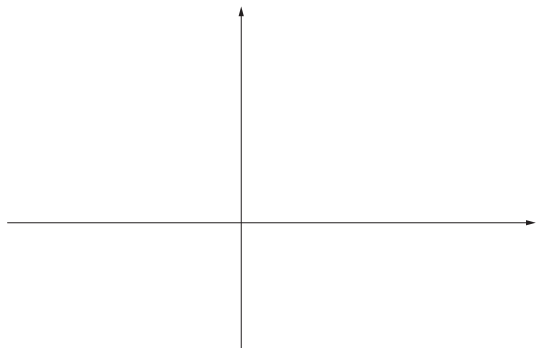
Questão	Valor	Grau	Revisão
1 ^a	1,2		
2 ^a	1,2		
3 ^a	1,8		
4 ^a	1,8		
5 ^a	2,0		
6 ^a	2,0		
Total	10,0		

- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta de tinta azul ou preta. É proibido escrever com caneta de tinta verde ou vermelha.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
 - O plano geral da resolução deve estar claro. Se você usar o verso da folha, indique explicitamente na frente da folha.
 - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
 - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

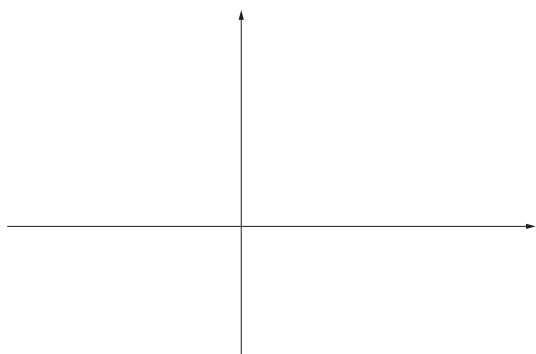
Questão 1

Represente, no plano cartesiano, cada conjunto:

(a) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y \geq 5 \text{ e } 7 \leq x \leq 10\}$;



(b) $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = -x + 2 \text{ e } x(x - 3) \leq y \leq -x(x - 3)\}$;



Questão 2

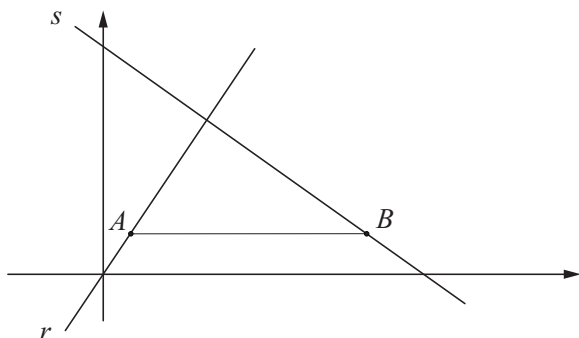
Seja f a função cujo gráfico é o semicírculo inferior de raio π e centro no vértice da parábola de equação $y = (x - 20)^2$

(a) Determine o domínio e a imagem de f .

(b) Determine a expressão de f .

Questão 3

Sejam r a reta de equação $y = 2x$ e s a reta de equação $y = -x + 15$. Como mostra a figura abaixo, o ponto A pertence à reta r , o ponto B pertence à reta s , e o segmento \overline{AB} é paralelo ao eixo horizontal.

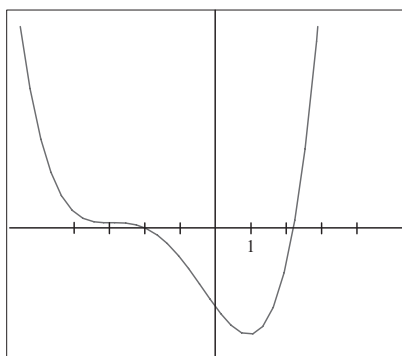


(a) Sabendo que o comprimento do segmento \overline{AB} é 10, determine a primeira coordenada do ponto A .

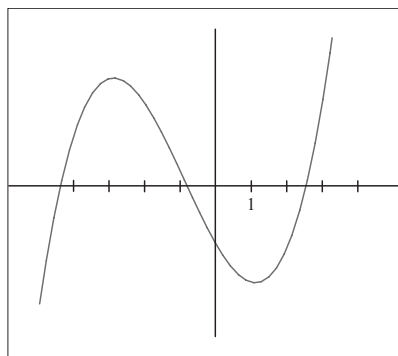
(b) Sabendo que o comprimento do segmento \overline{AB} é 10, determine as coordenadas do ponto B .

Questão 4

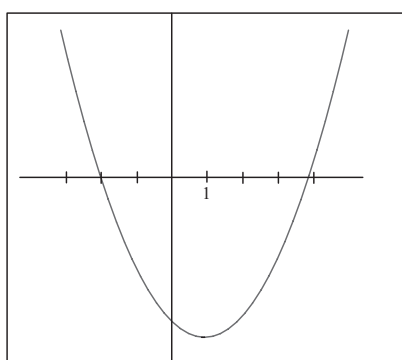
Considere os gráficos (a), (b), (c) e (d), e as condições (i), (ii) e (iii):



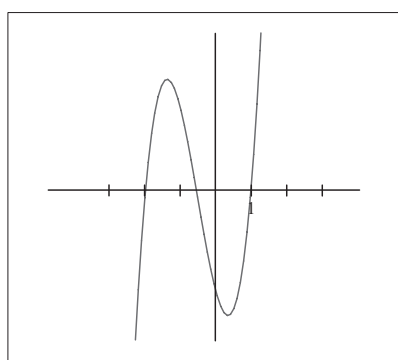
(a)



(b)



(c)



(d)

- (i) f assume mínimo local em $x = 1$.
- (ii) O gráfico de f tem concavidade para cima, em torno de $x = -2$.
- (iii) Pode-se garantir que o gráfico de f possui mais de 1 ponto de inflexão.

Responda o que se pede:

1. Qual (quais) dos gráficos acima pode (podem) representar a **derivada** de uma função f que satisfaz a condição (i)?

2. Qual (quais) dos gráficos acima pode (podem) representar a **derivada** de uma função f que satisfaz a condição (ii)?

3. Qual (quais) dos gráficos acima pode (podem) representar a **derivada** de uma função f que satisfaz a condição (iii)?

Questão 5

Seja $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $f(x) = 7 \operatorname{sen} \left(\frac{10x}{3} \right) + 12$.

(a) Para quais valores de x a reta tangente ao gráfico de f em x é horizontal?

(b) Determine a equação da reta tangente ao gráfico de f em $x = 1$. Esta reta tem inclinação positiva, negativa ou nula?

Questão 6

Seja $g : (-\infty, -1) \cup (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $g(x) = \frac{10}{x+1} - 1$.

Considere um retângulo com um vértice na origem, um vértice sobre o eixo y positivo, um vértice sobre o eixo x positivo, digamos em $(x, 0)$, e o quarto vértice sobre o gráfico da função g . Seja f a função que fornece a área do retângulo em termos de x .

(a) Determine o domínio e a expressão da função f , que calcula a área do retângulo em termos de x .

(b) Determine o valor de x que maximiza $f(x)$.

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G4 10 dezembro de 2012

(versão II)

Início: 17:00 Término: 18:50

Nome: _____

Matrícula: _____ Turma: _____

Se você é um(a) aluno(a) aprovado(a) em G3, responda SIM ou NÃO à seguinte pergunta: deseja que esta sua G4 seja corrigida e, portanto, que sua nota seja considerada, mesmo que isto o(a) prejudique? Resposta: _____

Se você não responder, vamos assumir que a resposta é NÃO.

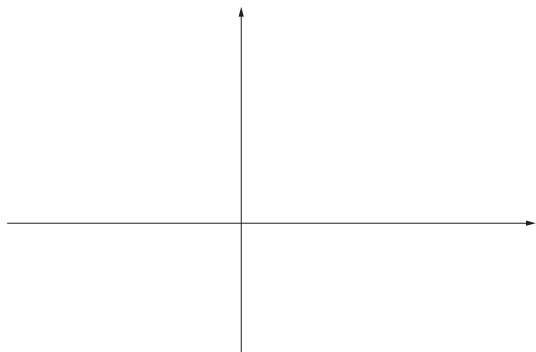
Questão	Valor	Grau	Revisão
1 ^a	1,2		
2 ^a	1,2		
3 ^a	1,8		
4 ^a	1,8		
5 ^a	2,0		
6 ^a	2,0		
Total	10,0		

- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta de tinta azul ou preta. É proibido escrever com caneta de tinta verde ou vermelha.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
 - O plano geral da resolução deve estar claro. Se você usar o verso da folha, indique explicitamente na frente da folha.
 - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
 - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

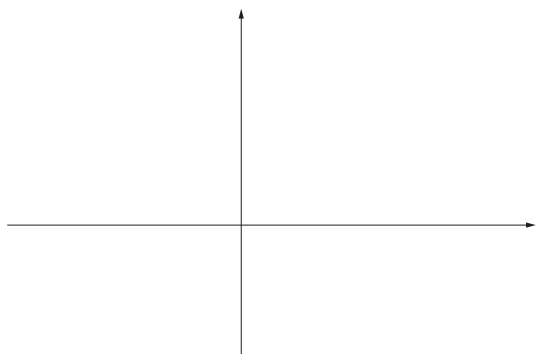
Questão 1

Represente, no plano cartesiano, cada conjunto:

(a) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y \geq 5 \text{ e } 7 \leq y \leq 10\}$;



(b) $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x + 2 \text{ e } x(x + 3) \leq y \leq -x(x + 3)\}$;



Questão 2

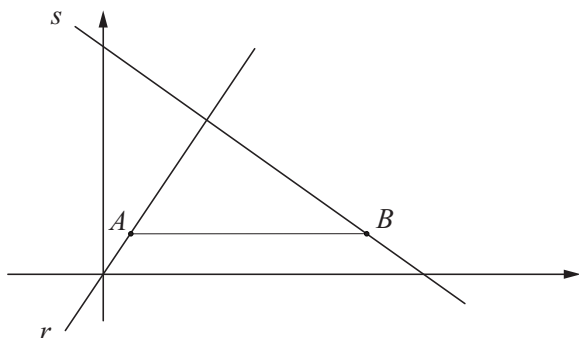
Seja f a função cujo gráfico é o semicírculo inferior de raio π e centro no vértice da parábola de equação $y = (x - 25)^2$

(a) Determine o domínio e a imagem de f .

(b) Determine a expressão de f .

Questão 3

Sejam r a reta de equação $y = 2x$ e s a reta de equação $y = -x + 14$. Como mostra a figura abaixo, o ponto A pertence à reta r , o ponto B pertence à reta s , e o segmento \overline{AB} é paralelo ao eixo horizontal.

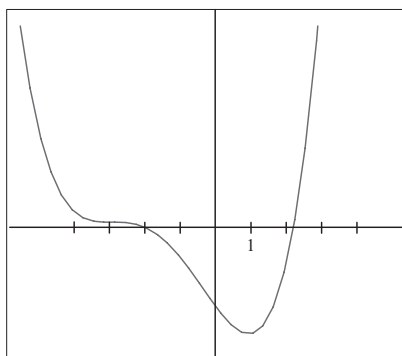


(a) Sabendo que o comprimento do segmento \overline{AB} é 10, determine a primeira coordenada do ponto A .

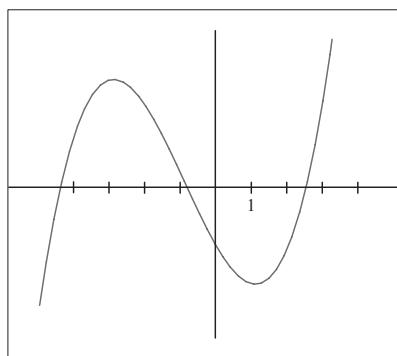
(b) Sabendo que o comprimento do segmento \overline{AB} é 10, determine as coordenadas do ponto B .

Questão 4

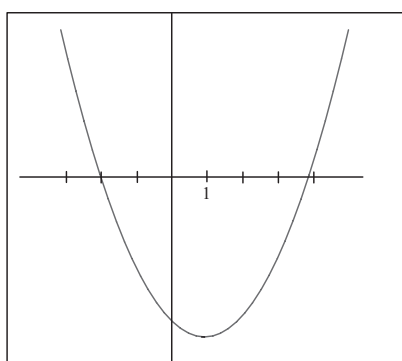
Considere os gráficos (a), (b), (c) e (d), e as condições (i), (ii) e (iii):



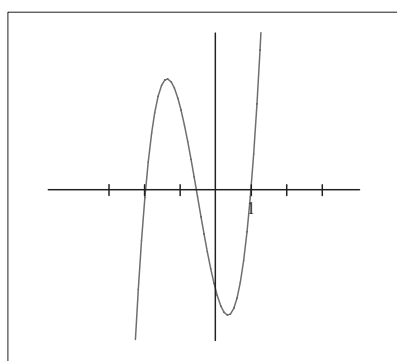
(a)



(b)



(c)



(d)

- (i) O gráfico de f tem concavidade para cima, em torno de $x = -2$.
- (ii) Pode-se garantir que o gráfico de f possui mais de 1 ponto de inflexão.
- (iii) f assume mínimo local em $x = 1$.

Responda o que se pede:

1. Qual (quais) dos gráficos acima pode (podem) representar a **derivada** de uma função f que satisfaz a condição (i)?

2. Qual (quais) dos gráficos acima pode (podem) representar a **derivada** de uma função f que satisfaz a condição (ii)?

3. Qual (quais) dos gráficos acima pode (podem) representar a **derivada** de uma função f que satisfaz a condição (iii)?

Questão 5

Seja $f : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $f(x) = -7 \cos\left(\frac{10x}{3}\right) + 12$.

(a) Para quais valores de x a reta tangente ao gráfico de f em x é horizontal?

(b) Determine a equação da reta tangente ao gráfico de f em $x = 1$. Esta reta tem inclinação positiva, negativa ou nula?

Questão 6

Seja $g : (-\infty, -1) \cup (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $g(x) = \frac{11}{x+1} - 1$.

Considere um retângulo com um vértice na origem, um vértice sobre o eixo y positivo, um vértice sobre o eixo x positivo, digamos em $(x, 0)$, e o quarto vértice sobre o gráfico da função g . Seja f a função que fornece a área do retângulo em termos de x .

(a) Determine o domínio e a expressão da função f , que calcula a área do retângulo em termos de x .

(b) Determine o valor de x que maximiza $f(x)$.