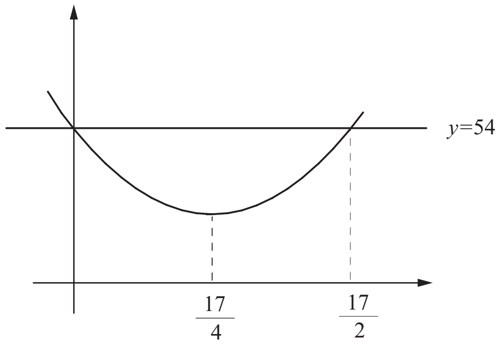
MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

GABARITO RESUMIDO DO G1 – IIIa   em 10 setembro de 2012

Questão 1.

Fazendo “ `>plot([f(x), g(x)], x=-8..12);` ” vemos que, para cada $x \in \mathbb{R}$, o comprimento do segmento $\overline{PQ}$ é $g(x) - f(x)$.

Precisamos encontrar a primeira coordenada do vértice da parábola que é o gráfico da função h dada por $h(x) = g(x) - f(x) = 2\,x^2 - 22\,x + 59 - (-5\,x + 5) = 2\,x^2 - 17\,x + 54$.




```
> h:=x->2*x^2-17*x+54;
> solve(h(x)=54);
```

$$x_v = \frac{0 + 17/2}{2} = \frac{17}{4}$$

Resposta: $x = \dfrac{17}{4}$

Questão 2.

(a) $A = \left(\dfrac{\sqrt{6}}{2}, f\left(\dfrac{\sqrt{6}}{2}\right)\right) = \left(\dfrac{\sqrt{6}}{2}, \dfrac{9}{5}\right)$ “ `> f(sqrt(6)/2) ;` ”

$B = (x, g(x)) = \left(x, \dfrac{9}{5}\right)$ “ `> solve(g(x) = 9/5) ;` ”

$B = \left(\dfrac{5}{2}, \dfrac{9}{5}\right)$.

(b) Coordenadas de C: $g(x) = f(x) \Leftrightarrow x = \dfrac{\sqrt{10}}{2}$ “ `> solve(g(x) = f(x)) ;` ”

$C = \left(\dfrac{\sqrt{10}}{2}, f\left(\dfrac{\sqrt{10}}{2}\right)\right) = \left(\dfrac{\sqrt{10}}{2}, 3\right)$.

Assim,

$$\text{Área} = \frac{|AB| \cdot \text{altura}}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{5}{2} - \frac{\sqrt{6}}{2}\right)\left(f\left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right) - f\left(\frac{5}{2}\right)\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{5}{2} - \frac{\sqrt{6}}{2}\right)\left(3 - \frac{9}{5}\right).$$

Questão 3.

(a) $(x_c, y_c) = (\pi, \pi)$ e raio $= 2$.

$\text{Dom}(f) = [x_c - \text{raio}, x_c + \text{raio}] = [\pi - 2, \pi + 2]$

$\text{Im}(f) = [y_c, y_c + \text{raio}] = [\pi, \pi + 2]$, pois o gráfico de f é o semicírculo superior.

(b) Equação do círculo: $(x-\pi)^2 + (y-\pi)^2 = 2^2$

Equação do semicírculo superior: $y - \pi = \sqrt{2^2 - (x-\pi)^2}$

Resposta: $f(x) = \pi + \sqrt{2^2 - (x-\pi)^2}$

(c)

$$TM = \frac{f(\pi+2) - f(\pi)}{\pi + 2 - \pi} = -1$$

Questão 4.

(a) Domínio: P está no segmento $\overline{BD}$. Se $B = P$, então $x = 0$. Se $P = D$, então $x = 7$. Se P está entre B e D, então $0 < x < 7$. Logo $\text{Dom}(L) = [0, 7]$.

A medida de PD em termos de x é $7 - x$.

Seja $l_1(x)$ a medida do lado AP em termos de x. Temos $(l_1(x))^2 = x^2 + (3,4)^2$.

Seja $l_2(x)$ a medida do lado CP em termos de x. Temos $(l_2(x))^2 = x^2 + 4^2$.

Assim, $L(x) = 7 - x + \sqrt{x^2 + (3,4)^2} + \sqrt{x^2 + 4^2}$.

(b)

```
> L:=x->x-7 + sqrt(x^2 + (3.4)^2) + sqrt(x^2 + 4^2) ;
```

Com " `>plot(L(x), x=0..7);` " vemos onde P tem mínimo global.

Escolhendo $x = 2,1274071$ em "`>plot(L(x), x=2.11..2.15);`" temos

$erro < 2,15 - 2,11 = 0,04$.

Resposta: $x = 2,1274071$

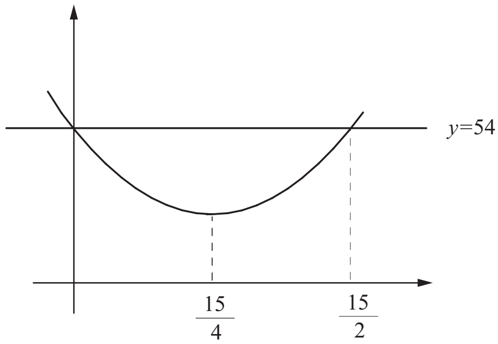
MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

GABARITO RESUMIDO DO G1 – IIIb   em 10 setembro de 2012

Questão 1.

Fazendo “ `>plot([f(x), g(x)], x=-8..12);` ” vemos que, para cada $x \in \mathbb{R}$, o comprimento do segmento $\overline{PQ}$ é $g(x) - f(x)$.

Precisamos encontrar a primeira coordenada do vértice da parábola que é o gráfico da função h dada por $h(x) = g(x) - f(x) = 2\,x^2 - 22\,x + 59 - (-7\,x + 5) = 2\,x^2 - 15\,x + 54$.




```
> h:=x->2*x^2-15*x+54;
> solve(h(x)=54);
```

$$x_v = \frac{0 + 15/2}{2} = \frac{15}{4}$$

Resposta: $x = \dfrac{15}{4}$

Questão 2.

(a) $A = \left(\dfrac{\sqrt{5}}{2}, f\left(\dfrac{\sqrt{5}}{2}\right)\right) = \left(\dfrac{\sqrt{5}}{2}, \dfrac{3}{2}\right)$ “ `> f(sqrt(5)/2) ;` ”

$B = (x, g(x)) = \left(x, \dfrac{3}{2}\right)$ “ `> solve(g(x) = 3/2) ;` ”

$B = \left(\sqrt{10}\,,\, \dfrac{3}{2}\right)$.

(b) Coordenadas de C: $g(x) = f(x) \Leftrightarrow x = \dfrac{\sqrt{10}}{2}$ “ `> solve(g(x) = f(x)) ;` ”

$C = \left(\dfrac{\sqrt{10}}{2}, f\left(\dfrac{\sqrt{10}}{2}\right)\right) = \left(\dfrac{\sqrt{10}}{2}, 3\right)$.

Assim,

$$\text{Área} = \frac{|AB| \cdot \text{altura}}{2} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{10} - \frac{\sqrt{5}}{2}\right)\left(f\left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right) - f\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\right) = \frac{1}{2}\left(\sqrt{10} - \frac{\sqrt{5}}{2}\right)\left(3 - \frac{3}{2}\right).$$

Questão 3.

(a) $(x_c, y_c) = (2, 2)$ e raio $= \pi$.

$\text{Dom}(f) = [x_c - \text{raio}, x_c + \text{raio}] = [2 - \pi, 2 + \pi]$

$\text{Im}(f) = [y_c, y_c + \text{raio}] = [2, 2 + \pi]$, pois o gráfico de f é o semicírculo superior.

(b) Equação do círculo: $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = \pi^2$

Equação do semicírculo superior: $y - 2 = \sqrt{\pi^2 - (x - 2)^2}$

Resposta: $f(x) = 2 + \sqrt{\pi^2 - (x - 2)^2}$

(c)

$$TM = \frac{f(2 + \pi) - f(2)}{2 + \pi - 2} = -1$$

Questão 4.

(a) Domínio: P está no segmento $\overline{AD}$. Se $D = P$, então $x = 0$. Se $P = A$, então $x = 5$. Se P está entre A e D, então $0 < x < 5$. Logo $\text{Dom}(L) = [0, 5]$.

A medida de AP em termos de x é $5 - x$.

Seja $l_1(x)$ a medida do lado BP em termos de x. Temos $(l_1(x))^2 = x^2 + (2,2)^2$.

Seja $l_2(x)$ a medida do lado CP em termos de x. Temos $(l_2(x))^2 = x^2 + 3^2$.

Assim, $L(x) = 5 - x + \sqrt{x^2 + (2,2)^2} + \sqrt{x^2 + 3^2}$.

(b)

```
> L:=x->x-5 + sqrt(x^2 + (2.2)^2) + sqrt(x^2 + 3^2) ;
```

Com “ `>plot(L(x), x=0..5);` ” vemos onde P tem mínimo global.

Escolhendo $x = 1,4787986$ em “`>plot(L(x), x=1.46..1.5);` ” temos

$erro < 1,5 - 1,46 = 0,04$.

Resposta: $x = 1,4787986$