

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G3 22 de junho de 2009

(versão IIIa)

Início: 13:00 Término: 14:50

Nome: _____

Matrícula: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 ^a	2,0		
2 ^a	2,0		
3 ^a	2,0		
4 ^a	2,0		
Soma	8,0		
Teste	2,0		
TOTAL	10,0		

- Esta prova terá a duração de 1:50h
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
 - O plano geral da resolução deve estar claro.
 - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
 - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
 - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

1. Considere $\mathbf{R} = (0, 2)$. Um ponto $P = (x, y)$ está percorrendo a curva de equação $y = x^3 - 1$. No instante em que P passa por $(2, 7)$, sua coordenada x está crescendo a uma taxa de 3 cm/s. Qual é a taxa de variação da distância entre o ponto P e o ponto \mathbf{R} , nesse instante?

Resposta: _____

2. (a) Quantas soluções tem a equação $52 \cos \left(\frac{(x-4)^2}{15} \right) = (x-4)^2 + 40$? Justifique.

Resposta: _____

- (b) Dê uma função, $f(x)$, para a qual você pode usar o Método de Newton para achar aproximações da(s) solução(ões) da equação do item (a). Encontre $f'(x)$. Utilizando a expressão da derivada que você encontrou, dê a expressão, segundo o Método de Newton, da $(n+1)$ -ésima aproximação, x_{n+1} , em função da n -ésima aproximação, x_n , de uma solução da equação do item (a).

Resposta: _____

- (c) Use o Método de Newton para achar uma aproximação da solução maior que 4 da equação do item (a), com 12 casas decimais corretas. Além da resposta, apresente **também** os dois primeiros termos da sua sequência de aproximações.

Resposta: _____

3. Considere $P(x) = a_0 + a_1(x - 8, 1) + a_2(x - 8, 1)^2$ e $f(x) = \text{sen}(x + 4)$.

(a) Calcule $P(8, 1)$, $P'(8, 1)$ e $P''(8, 1)$.

Resposta: _____

(b) Use os resultados obtidos no item anterior e determine os **valores exatos** (sem aproximação decimal) de a_0 , a_1 e a_2 de forma que

$$f(8, 1) = P(8, 1), \quad f'(8, 1) = P'(8, 1) \text{ e } f''(8, 1) = P''(8, 1).$$

Resposta: _____

- (c) A função polinômial P , com os coeficientes calculados no item (b), é a função polinômial de grau 2 que melhor aproxima f nas vizinhanças de $x = 8,1$. Determine o maior intervalo, contendo $x = 8,1$, para o qual $f(x) - 0,1 < P(x) < f(x) + 0,1$; isto é, o maior intervalo, contendo $x = 8,1$ para o qual $P(x)$ é uma aproximação de $f(x)$ com erro menor do que 0,1. Os extremos do intervalo devem ser dados com 1 casa decimal correta.

Resposta: _____

4. Considere as funções $f(x) = -3 \operatorname{sen}(x + 5) - 5$ e $g(x) = -\frac{1}{3}(x + 7)^2 - 2$.
Ache o conjunto de todos os números reais que satisfazem a desigualdade

$$f(x) - 4,2 \leq g(x) \leq f(x) + 3,1 .$$

Os extremos dos intervalos devem ser dados com 2 casas decimais corretas.

Resposta: _____

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G3 22 de junho de 2009

(versão IIIb)

Início: 13:00 Término: 14:50

Nome: _____

Matrícula: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 ^a	2,0		
2 ^a	2,0		
3 ^a	2,0		
4 ^a	2,0		
Soma	8,0		
Teste	2,0		
TOTAL	10,0		

- Esta prova terá a duração de 1:50h
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
 - O plano geral da resolução deve estar claro.
 - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
 - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
 - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

1. Considere $\mathbf{R} = (0, 2)$. Um ponto $P = (x, y)$ está percorrendo a curva de equação $y = x^3 - 1$. No instante em que P passa por $(2, 7)$, sua coordenada x está crescendo a uma taxa de 2 cm/s. Qual é a taxa de variação da distância entre o ponto P e o ponto \mathbf{R} , nesse instante?

Resposta: _____

2. (a) Quantas soluções tem a equação $52 \cos \left(\frac{(x-4)^2}{15} \right) = (x-4)^2 + 40$? Justifique.

Resposta: _____

- (b) Dê uma função, $f(x)$, para a qual você pode usar o Método de Newton para achar aproximações da(s) solução(ões) da equação do item (a). Encontre $f'(x)$. Utilizando a expressão da derivada que você encontrou, dê a expressão, segundo o Método de Newton, da $(n+1)$ -ésima aproximação, x_{n+1} , em função da n -ésima aproximação, x_n , de uma solução da equação do item (a).

Resposta: _____

- (c) Use o Método de Newton para achar uma aproximação da solução menor que 4 da equação do item (a), com 12 casas decimais corretas. Além da resposta, apresente **também** os dois primeiros termos da sua sequência de aproximações.

Resposta: _____

3. Considere $P(x) = a_0 + a_1(x - 9, 1) + a_2(x - 9, 1)^2$ e $f(x) = \text{sen}(x + 3)$.

(a) Calcule $P(9, 1)$, $P'(9, 1)$ e $P''(9, 1)$.

Resposta: _____

(b) Use os resultados obtidos no item anterior e determine os **valores exatos** (sem aproximação decimal) de a_0 , a_1 e a_2 de forma que

$$f(9, 1) = P(9, 1), \quad f'(9, 1) = P'(9, 1) \text{ e } f''(9, 1) = P''(9, 1).$$

Resposta: _____

- (c) A função polinômial P , com os coeficientes calculados no item (b), é a função polinômial de grau 2 que melhor aproxima f nas vizinhanças de $x = 9,1$. Determine o maior intervalo, contendo $x = 9,1$, para o qual $f(x) - 0,1 < P(x) < f(x) + 0,1$; isto é, o maior intervalo, contendo $x = 9,1$ para o qual $P(x)$ é uma aproximação de $f(x)$ com erro menor do que 0,1. Os extremos do intervalo devem ser dados com 1 casa decimal correta.

Resposta: _____

4. Considere as funções $f(x) = -3 \operatorname{sen}(x + 4) - 1$ e $g(x) = -\frac{1}{3}(x + 6)^2 + 2$.
Ache o conjunto de todos os números reais que satisfazem a desigualdade

$$f(x) - 4,2 \leq g(x) \leq f(x) + 3,1 .$$

Os extremos dos intervalos devem ser dados com 2 casas decimais corretas.

Resposta: _____