

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G3 22 de junho de 2009

(versão Ia)

Início: 9:00 Término: 10:50

Nome: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 <sup>a</sup>	2,0		
2 <sup>a</sup>	2,0		
3 <sup>a</sup>	2,0		
4 <sup>a</sup>	2,0		
Soma	8,0		
Teste	2,0		
<b>TOTAL</b>	10,0		

- Esta prova terá a duração de 1:50h
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
  - O plano geral da resolução deve estar claro.
  - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
  - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
  - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

1. Considere  $\mathbf{A} = (0, 1)$ . Um ponto  $P = (x, y)$  está percorrendo a curva de equação  $y = 2 - x^3$ . No instante em que  $P$  passa por  $(2, -6)$ , sua coordenada  $x$  está crescendo a uma taxa de 3 cm/s. Qual é a taxa de variação da distância entre o ponto  $P$  e o ponto  $\mathbf{A}$ , nesse instante?

Resposta: \_\_\_\_\_

2. (a) Quantas soluções tem a equação  $50 \operatorname{sen} \left( \frac{(x-7)^2}{9} \right) = (x-3)^2 + 40$ ? Justifique.

Resposta: \_\_\_\_\_

- (b) Dê uma função,  $f(x)$ , para a qual você pode usar o Método de Newton para achar aproximações da(s) solução(ões) da equação do item (a). Encontre  $f'(x)$ . Utilizando a expressão da derivada que você encontrou, dê a expressão, segundo o Método de Newton, da  $(n+1)$ -ésima aproximação,  $x_{n+1}$ , em função da  $n$ -ésima aproximação,  $x_n$ , de uma solução da equação do item (a).

Resposta: \_\_\_\_\_

- (c) Use o Método de Newton para achar uma aproximação da solução maior que 3 da equação do item (a), com 12 casas decimais corretas. Além da resposta, apresente **também** os dois primeiros termos da sua sequência de aproximações.

Resposta: \_\_\_\_\_

3. Considere  $P(x) = a_0 + a_1(x - 7,5) + a_2(x - 7,5)^2$  e  $f(x) = \cos(x + 3)$ .

(a) Calcule  $P(7,5)$ ,  $P'(7,5)$  e  $P''(7,5)$ .

Resposta: \_\_\_\_\_

(b) Use os resultados obtidos no item anterior e determine os **valores exatos** (sem aproximação decimal) de  $a_0$ ,  $a_1$  e  $a_2$  de forma que

$$f(7,5) = P(7,5), f'(7,5) = P'(7,5) \text{ e } f''(7,5) = P''(7,5).$$

Resposta: \_\_\_\_\_

- (c) A função polinômial  $P$ , com os coeficientes calculados no item (b), é a função polinômial de grau 2 que melhor aproxima  $f$  nas vizinhanças de  $x = 7,5$ . Determine o maior intervalo, contendo  $x = 7,5$ , para o qual  $f(x) - 0,1 < P(x) < f(x) + 0,1$ ; isto é, o maior intervalo, contendo  $x = 7,5$  para o qual  $P(x)$  é uma aproximação de  $f(x)$  com erro menor do que 0,1. Os extremos do intervalo devem ser dados com 1 casa decimal correta.

Resposta: \_\_\_\_\_

4. Considere as funções  $f(x) = -3 \operatorname{sen}(x - 6) - 5$  e  $g(x) = -\frac{1}{3}(x - 4)^2 - 2$ .  
Ache o conjunto de todos os números reais que satisfazem a desigualdade

$$f(x) - 4,2 \leq g(x) \leq f(x) + 3,1 .$$

Os extremos dos intervalos devem ser dados com 2 casas decimais corretas.

Resposta: \_\_\_\_\_

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G3 22 de junho de 2009

(versão Ib)

Início: 9:00 Término: 10:50

Nome: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 <sup>a</sup>	2,0		
2 <sup>a</sup>	2,0		
3 <sup>a</sup>	2,0		
4 <sup>a</sup>	2,0		
Soma	8,0		
Teste	2,0		
<b>TOTAL</b>	10,0		

- Esta prova terá a duração de 1:50h
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
  - O plano geral da resolução deve estar claro.
  - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
  - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
  - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

1. Considere  $\mathbf{A} = (0, 1)$ . Um ponto  $P = (x, y)$  está percorrendo a curva de equação  $y = 2 - x^3$ . No instante em que  $P$  passa por  $(2, -6)$ , sua coordenada  $x$  está crescendo a uma taxa de 2 cm/s. Qual é a taxa de variação da distância entre o ponto  $P$  e o ponto  $\mathbf{A}$ , nesse instante?

Resposta: \_\_\_\_\_



2. (a) Quantas soluções tem a equação  $50 \operatorname{sen} \left( \frac{(x-7)^2}{9} \right) = (x-3)^2 + 40$ ? Justifique.

Resposta: \_\_\_\_\_

- (b) Dê uma função,  $f(x)$ , para a qual você pode usar o Método de Newton para achar aproximações da(s) solução(ões) da equação do item (a). Encontre  $f'(x)$ . Utilizando a expressão da derivada que você encontrou, dê a expressão, segundo o Método de Newton, da  $(n+1)$ -ésima aproximação,  $x_{n+1}$ , em função da  $n$ -ésima aproximação,  $x_n$ , de uma solução da equação do item (a).

Resposta: \_\_\_\_\_

- (c) Use o Método de Newton para achar uma aproximação da solução menor que 3 da equação do item (a), com 12 casas decimais corretas. Além da resposta, apresente **também** os dois primeiros termos da sua sequência de aproximações.

Resposta: \_\_\_\_\_

3. Considere  $P(x) = a_0 + a_1(x - 8,5) + a_2(x - 8,5)^2$  e  $f(x) = \cos(x + 2)$ .

(a) Calcule  $P(8,5)$ ,  $P'(8,5)$  e  $P''(8,5)$ .

Resposta: \_\_\_\_\_

(b) Use os resultados obtidos no item anterior e determine os **valores exatos** (sem aproximação decimal) de  $a_0$ ,  $a_1$  e  $a_2$  de forma que

$$f(8,5) = P(8,5), \quad f'(8,5) = P'(8,5) \text{ e } f''(8,5) = P''(8,5).$$

Resposta: \_\_\_\_\_

- (c) A função polinômial  $P$ , com os coeficientes calculados no item (b), é a função polinômial de grau 2 que melhor aproxima  $f$  nas vizinhanças de  $x = 8,5$ . Determine o maior intervalo, contendo  $x = 8,5$ , para o qual  $f(x) - 0,1 < P(x) < f(x) + 0,1$ ; isto é, o maior intervalo, contendo  $x = 8,5$  para o qual  $P(x)$  é uma aproximação de  $f(x)$  com erro menor do que 0,1. Os extremos do intervalo devem ser dados com 1 casa decimal correta.

Resposta: \_\_\_\_\_

4. Considere as funções  $f(x) = 3 \operatorname{sen}(x - 6) + 5$  e  $g(x) = \frac{1}{3}(x - 4)^2 + 2$ .  
Ache o conjunto de todos os números reais que satisfazem a desigualdade

$$f(x) - 3,2 \leq g(x) \leq f(x) + 4,3 .$$

Os extremos dos intervalos devem ser dados com 2 casas decimais corretas.

Resposta: \_\_\_\_\_