solução do P1 de MAT1158 2009.2 2a parte

questão 3 achar f que não se anula fora de 0, tal que

>

$$\int_0^x f(t)\,dt = f(x)^2 \tag{1}$$

observe que fazendo x=0, vem 0 =f(0)^2.. ou seja f(0) =0.

derivando a equação vem:

f(x)=2*f(x)*f1(x)   onde f1 é a derivada de f. Como f não se anula fora de x=0, temos 1=2*f1(x) , ou seja f1(x)= 1/2. Logo f(x)= x/2 +c.
e como f(0)=0, temos c=0, logo f(x) = x/2 e de fato integrando f(t) de 0 a x, temos x^2 /4 = f(x)^2.

> *questão* 4 :

>

$$\int_0^1 (7x-5)^5\,dx \tag{2}$$

basta fazer a mudança de variável u= 7x-5, então u vai de -5 a 2 e du= 7 dx. a integral fica

> $Int\left(\frac{u^5}{7}, u=-5..2\right);$

$$\int_{-5}^{2} \frac{1}{7}u^5\,du \tag{3}$$

>

e a resposta é (u^6)/42, valor em 2 menos valor em -5 :   (2^6)/42 - ((-5)^6)/42=   -741/2

>

>

$$\int x\sqrt{x-1}\,dx \tag{4}$$

fazendo x-1 =u, temos dx=du e a integral fica:

>

$$\int (u+1)\sqrt{u}\,du \tag{5}$$

que se divide em duas:

> $\int \mathrm{u}\cdot\sqrt{u}\,du \qquad \int \sqrt{u}\,du$

a primeira é a integral de u^(3/2) e a segunda é a de u^(1/2). Em ambas usamos

>

$$\int u^n\,du = \frac{u^{n+1}}{n+1} \tag{6}$$

a resposta é

> $\frac{u^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + \frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c \text{ e voltando para } x: \quad \frac{(x+1)^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + \frac{(x+1)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c$

>

$$\int_{-1}^{0} \left(x^2+3\,x\right)^2 \,\mathrm{d}x \tag{7}$$

basta desenvolver e integrar cada termo.

>

$$\int_{-1}^{0} \left(x^4+6\,x^3+9\,x^2\right) \,\mathrm{d}x \tag{8}$$

> $\frac{x^5}{5}+\frac{6\cdot x^4}{4}+\frac{9\cdot x^3}{3}$, *valor em* 0 *menos valor em* -1 *que dá* $\frac{17}{10.}$

>

> $Int\left(x\cdot\sin\left(x^2-\frac{\mathrm{Pi}}{6}\right), x\right)$

fazemos a mudança de variável u=$x^2-\frac{\mathrm{Pi}}{6}$, *então du* $=2$ *xdx*, *logo fica*

>

$$\int \frac{1}{2}\,\sin(u)\,\mathrm{d}u \tag{9}$$

que dá -cos(u)/2 + c ou , voltando em x: -cos($x^2-\frac{\mathrm{Pi}}{6}$) $+\,c$

>

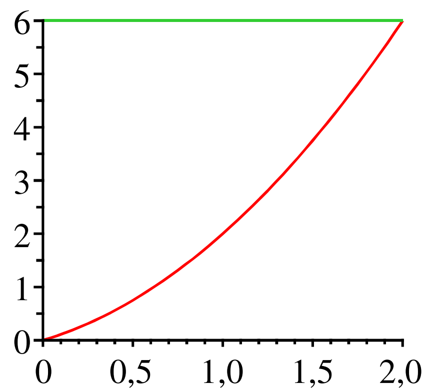
> *questão* 5.

> $f := x^2+x;$

> $g := 6;$

> *fazendo a figura* :

>



área entre dois gráficos f e g é dada pela integral de g-f , já que f(x)<g(x) para todo x.

> $area := Int(g-f, x=0..2);$

$$area := \int_{0}^{2} \left(6-x^2-x\right) \,\mathrm{d}x \tag{10}$$

integra-se facilmente termo a termo, obtendo 6x-x^3/3 -x^2/2 , valor em 2 menos valor em 0, que dá 22/3.

Seja h(x)=$6-x^2-x$
dividindo o intervalo em 4, temos os pontos 0, 1/2, 1, 3/2, 2. cada intervalo tem comprimento 1/2. A

soma de Riemann pela direita fica então: (h(1/2)+h(1)+h(3/2)+h(2))/2. calculando:

>

> $h := x \rightarrow 6 - x^2 - x;$

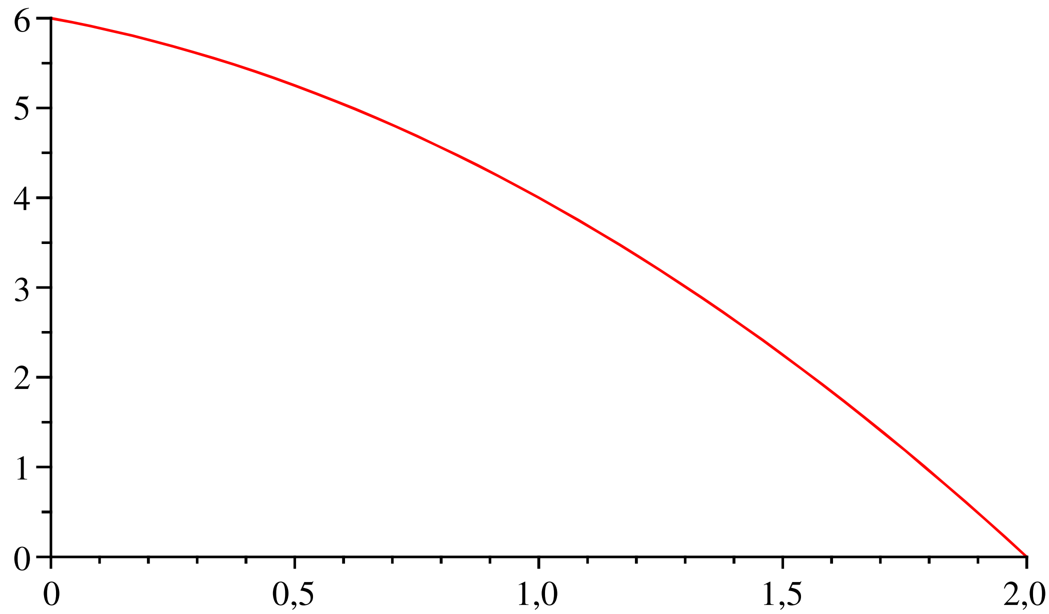
> $soma := \frac{\left(h\left(\frac{1}{2}\right) + h(1) + h\left(\frac{3}{2}\right) + h(2)\right)}{2};$

$$soma := \frac{23}{4} \tag{11}$$

é um valor menor, já que a área e´maior que 7 (21/3) e a soma é menor que 6 (24/4).

 Fazendo o gráfico de h, temos uma parábola com concavidade para baixo.Sua derivada é -2x-1, que é negativa em [0,2], logo a função é decrescente, logo uma soma de Riemann pela direita fica por baixo, e tinha mesmo que dar um valor menor.

> $plot(h(x), x = 0..2);$



>

>

>