

Nome: _____

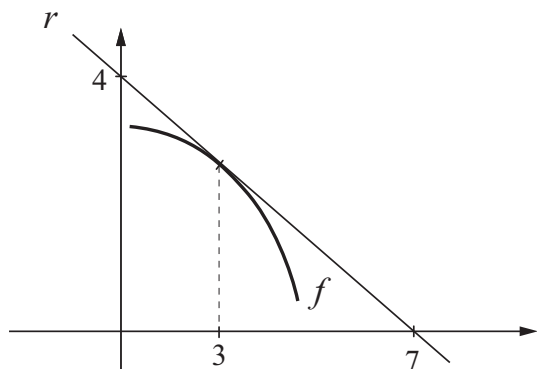
Matrícula: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 ^a	2,0		
2 ^a	2,0		
3 ^a	2,0		
4 ^a	2,0		
Soma	8,0		
Extra	0,2		
Teste	2,0		
TOTAL	10,2		

- Esta prova terá a duração de 1:50h.
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
 - O plano geral da resolução deve estar claro.
 - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
 - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
 - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

Questão 1

Seja f uma função derivável. A reta r na figura abaixo é a reta tangente ao gráfico de f em $x = 3$.



- (a) Determine $f(3)$ e $f'(3)$.

Resposta: _____

- (b) Considere $g(x) = \cos(x)$ e $h(x) = g(f(x))$. Determine a equação da reta tangente ao gráfico de h em $x = 3$.

Obs: Determine os valores exatos dos coeficientes da equação da reta.

Resposta: _____

Questão 2

Considere $A = (2, 1)$. Um ponto $P = (x, y)$ está percorrendo a curva de equação $y = -1 + \sqrt{x}$. No instante em que P passa por $(16, 3)$, sua coordenada x está crescendo a uma taxa de 5 cm/s. Qual é a taxa de variação da distância entre o ponto P e o ponto A , nesse instante?

Obs: Responda o valor exato e forneça as unidades.

Resposta: _____

Questão 3

Considere $P(x) = a_0 + a_1(x - 13, 3) + a_2(x - 13, 3)^2 + a_3(x - 13, 3)^3$ e $f(x) = \text{sen}(\pi x)$.

(a) Calcule $P(13, 3)$, $P'(13, 3)$, $P''(13, 3)$ e $P'''(13, 3)$.

Resposta: _____

(b) Use os resultados obtidos no item anterior e determine os **valores exatos** (sem aproximação decimal) de a_0 , a_1 , a_2 e a_3 de forma que

$$f(13, 3) = P(13, 3), \quad f'(13, 3) = P'(13, 3), \quad f''(13, 3) = P''(13, 3) \text{ e } f'''(13, 3) = P'''(13, 3).$$

Resposta: _____

- (c) A função polinômial P , com os coeficientes calculados no item (b), é a função polinômial de grau 3 que melhor aproxima f nas vizinhanças de $x = 13,3$. Determine o maior intervalo, contendo $x = 13,3$, para o qual $f(x) - 0,1 < P(x) < f(x) + 0,1$; isto é, o maior intervalo, contendo $x = 13,3$ para o qual $P(x)$ é uma aproximação de $f(x)$ com erro menor do que 0,1. Os extremos do intervalo devem ser dados com 1 casa decimal correta.

Resposta: _____

Questão 4

(a) Considere $g(x) = \frac{x}{1+x^2}$.

Determine os valores de x que satisfazem $g(x) > 0$.

Determine o(s) intervalo(s) de crescimento da função g .

Determine a Imagem da função g .

(b) Quantas soluções tem a equação $\frac{x}{1+x^2} = \operatorname{sen}(3x) - 1,15$?

Resposta: _____

- (c) Dê uma função, $f(x)$, para a qual você pode usar o Método de Newton para achar aproximações da(s) solução(ões) da equação do item (b). Encontre $f'(x)$. Utilizando a expressão da derivada que você encontrou, dê a expressão, segundo o Método de Newton, da $(n + 1)$ -ésima aproximação, x_{n+1} , em função da n -ésima aproximação, x_n , de uma solução da equação do item (b).

Atenção: Não está sendo pedido a fórmula geral do Método de Newton para uma f qualquer.

$$f(x) =$$

$$f'(x) =$$

Resposta:

- (d) Use o Método de Newton para achar uma aproximação da maior solução da equação do item (b), com 7 casas decimais corretas. Além da resposta, apresente **também** os três primeiros termos da sua sequência de aproximações.

Resposta: _____

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G3 30 de novembro de 2009

(versão IIb)

Início: 11:00 Término: 12:50

Nome: _____

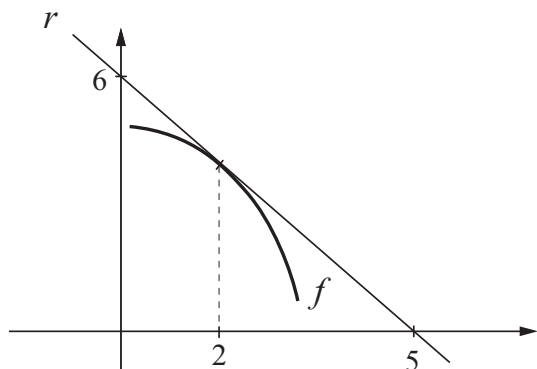
Matrícula: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 ^a	2,0		
2 ^a	2,0		
3 ^a	2,0		
4 ^a	2,0		
Soma	8,0		
Extra	0,2		
Teste	2,0		
TOTAL	10,2		

- Esta prova terá a duração de 1:50h.
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
 - O plano geral da resolução deve estar claro.
 - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
 - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
 - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

Questão 1

Seja f uma função derivável. A reta r na figura abaixo é a reta tangente ao gráfico de f em $x = 2$.



- (a) Determine $f(2)$ e $f'(2)$.

Resposta: _____

- (b) Considere $g(x) = \cos(x)$ e $h(x) = g(f(x))$. Determine a equação da reta tangente ao gráfico de h em $x = 2$.

Obs: Determine os valores exatos dos coeficientes da equação da reta.

Resposta: _____

Questão 2

Considere $A = (3, 1)$. Um ponto $P = (x, y)$ está percorrendo a curva de equação $y = -1 + \sqrt{x}$. No instante em que P passa por $(16, 3)$, sua coordenada x está crescendo a uma taxa de 7 cm/s. Qual é a taxa de variação da distância entre o ponto P e o ponto A , nesse instante?

Obs: Responda o valor exato e forneça as unidades.

Resposta: _____

Questão 3

Considere $P(x) = a_0 + a_1(x - 10, 2) + a_2(x - 10, 2)^2 + a_3(x - 10, 2)^3$ e $f(x) = \text{sen}(\pi x)$.

(a) Calcule $P(10, 2)$, $P'(10, 2)$, $P''(10, 2)$ e $P'''(10, 2)$.

Resposta: _____

(b) Use os resultados obtidos no item anterior e determine os **valores exatos** (sem aproximação decimal) de a_0 , a_1 , a_2 e a_3 de forma que

$$f(10, 2) = P(10, 2), \quad f'(10, 2) = P'(10, 2), \quad f''(10, 2) = P''(10, 2) \text{ e } f'''(10, 2) = P'''(10, 2).$$

Resposta: _____

- (c) A função polinômial P , com os coeficientes calculados no item (b), é a função polinômial de grau 3 que melhor aproxima f nas vizinhanças de $x = 10,2$. Determine o maior intervalo, contendo $x = 10,2$, para o qual $f(x) - 0,1 < P(x) < f(x) + 0,1$; isto é, o maior intervalo, contendo $x = 10,2$ para o qual $P(x)$ é uma aproximação de $f(x)$ com erro menor do que 0,1. Os extremos do intervalo devem ser dados com 1 casa decimal correta.

Resposta: _____

Questão 4

(a) Considere $g(x) = \frac{x}{1+x^2}$.

Determine os valores de x que satisfazem $g(x) > 0$.

Determine o(s) intervalo(s) de crescimento da função g .

Determine a Imagem da função g .

(b) Quantas soluções tem a equação $\frac{x}{1+x^2} = \operatorname{sen}(2x) - \frac{7}{6}$?

Resposta: _____

- (c) Dê uma função, $f(x)$, para a qual você pode usar o Método de Newton para achar aproximações da(s) solução(ões) da equação do item (b). Encontre $f'(x)$. Utilizando a expressão da derivada que você encontrou, dê a expressão, segundo o Método de Newton, da $(n + 1)$ -ésima aproximação, x_{n+1} , em função da n -ésima aproximação, x_n , de uma solução da equação do item (b).

Atenção: Não está sendo pedido a fórmula geral do Método de Newton para uma f qualquer.

$$f(x) =$$

$$f'(x) =$$

Resposta:

- (d) Use o Método de Newton para achar uma aproximação da maior solução da equação do item (b), com 7 casas decimais corretas. Além da resposta, apresente **também** os três primeiros termos da sua sequência de aproximações.

Resposta: _____