

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G4 9 de dezembro de 2009

(versão I)

Início: 17:00 Término: 18:50

Nome: _____

Matrícula: _____ Turma: _____

Se você é um(a) aluno(a) aprovado(a) em G3, responda SIM ou NÃO à seguinte pergunta: deseja que esta sua G4 seja corrigida e, portanto, que sua nota seja considerada, mesmo que isto o(a) prejudique? Resposta: _____

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 ^a	2,5		
2 ^a	2,5		
3 ^a	1,5		
4 ^a	1,5		
5 ^a	2,0		
Total	10,0		

- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
 - O plano geral da resolução deve estar claro.
 - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
 - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

Questão 1

Considere os gráficos das funções f , g e h , dados abaixo.

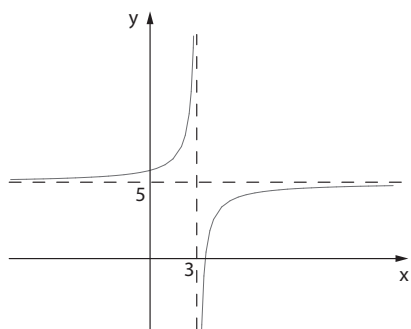


Gráfico de f

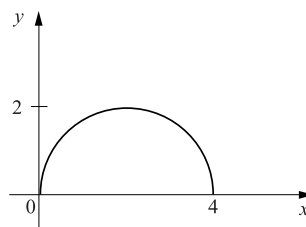


Gráfico de g

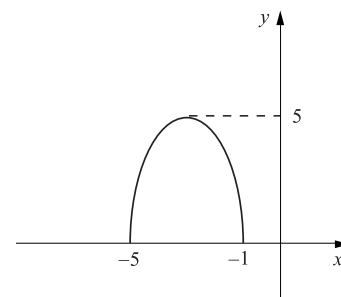


Gráfico de h

- (a) Sabendo que o gráfico de f é obtido por transformações do gráfico de $u(x) = 1/x$, determine a expressão algébrica de f . Determine também os pontos de interseção do gráfico de f com os eixos coordenados.

Resposta: _____

(b) Sabendo que o gráfico da função g é um semi-círculo, dê a expressão algébrica de g .

Resposta: _____

(c) Sabendo que o gráfico de h é obtido por transformações do gráfico de g , dê a expressão algébrica de h .

Resposta: _____

Questão 2

- (a) Sabendo que $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^6 - 64}{h}$, determine a e a expressão de $f(x)$.

Resposta: _____

Resposta: _____

- (b) Considere as seguintes afirmações:

- (i) A derivada da função f em $x = a$ é a reta tangente ao gráfico de f no ponto $(a, f(a))$.
- (ii) A derivada da função f em $x = a$ é a equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto $(a, f(a))$.
- (iii) A derivada da função f em $x = a$ é o coeficiente angular da reta tangente ao gráfico de f no ponto $(a, f(a))$.

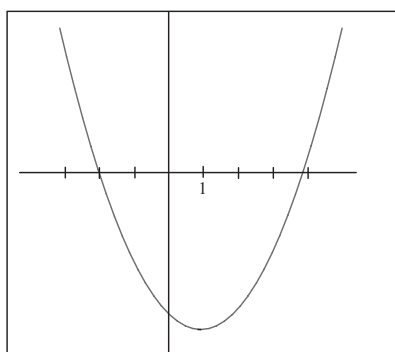
Copie a frase que é a afirmação correta:

- (c) Considere a função $g : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $g(x) = \sqrt{x} + \frac{x-4}{3}$. Determine a equação da reta tangente ao gráfico de g em $x = 4$.

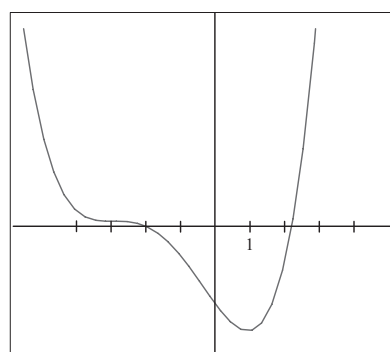
Resposta: _____

Questão 3

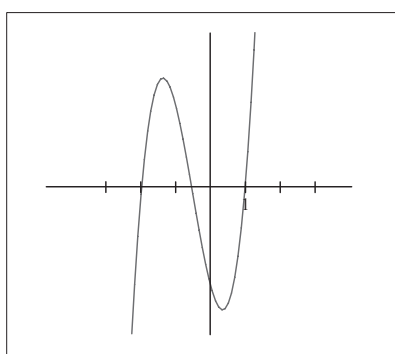
Considere os gráficos (a), (b), (c) e (d), e as condições (i), (ii) e (iii):



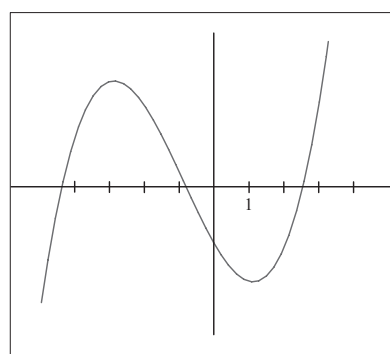
(a)



(b)



(c)



(d)

(i) Em $x = -2$, o gráfico de f tem concavidade para cima.

(ii) Pode-se garantir que o gráfico de f possui mais de 1 ponto de inflexão.

(iii) $x = 1$ é ponto de mínimo local de f .

Responda o que se pede, justificando:

1. Qual (quais) dos gráficos acima pode (podem) representar a **derivada** de uma função f que satisfaz a condição (i)?
2. Qual (quais) dos gráficos acima pode (podem) representar a **derivada** de uma função f que satisfaz a condição (ii)?
3. Qual (quais) dos gráficos acima pode (podem) representar a **derivada** de uma função f que satisfaz a condição (iii)?

Questão 4

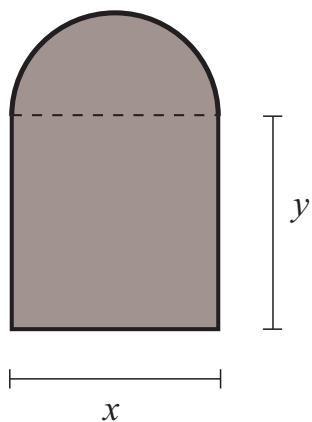
Considere a função trigonométrica $f(x) = \cos(x + a) + b$.

Determine valores para a e b tais que $(2, 5)$ seja um ponto mínimo de f .

Resposta: _____

Questão 5

Uma janela normanda tem o formato de um retângulo a cima do qual se coloca um semicírculo como mostra a figura abaixo. Considere então, uma janela normanda com área igual a 10m^2 . Seja x a largura da parte retangular e y a altura da parte retangular da janela normanda.



- (a) Dê o domínio da função, $P(x)$, que fornece o perímetro da janela normanda em termos de x .

Resposta: _____

- (b) Dê a expressão da função, $P(x)$, que fornece o perímetro da janela normanda em termos de x .

Resposta: _____

- (c) Determine x e y que minimizam o perímetro da janela normanda.

Resposta: _____

Nome: _____

Matrícula: _____ Turma: _____

Se você é um(a) aluno(a) aprovado(a) em G3, responda SIM ou NÃO à seguinte pergunta: deseja que esta sua G4 seja corrigida e, portanto, que sua nota seja considerada, mesmo que isto o(a) prejudique? Resposta: _____

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 ^a	2,5		
2 ^a	2,5		
3 ^a	1,5		
4 ^a	1,5		
5 ^a	2,0		
Total	10,0		

- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
 - O plano geral da resolução deve estar claro.
 - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
 - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

Questão 1

Considere os gráficos das funções f , g e h , dados abaixo.

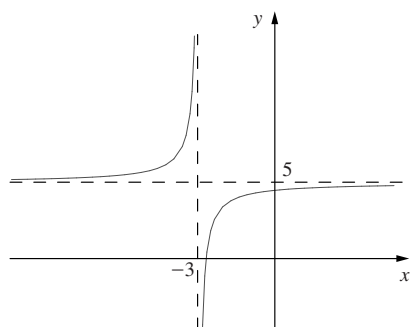


Gráfico de f

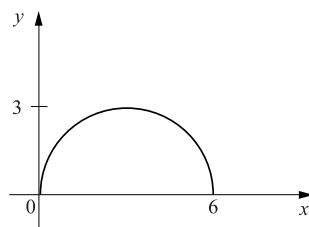


Gráfico de g

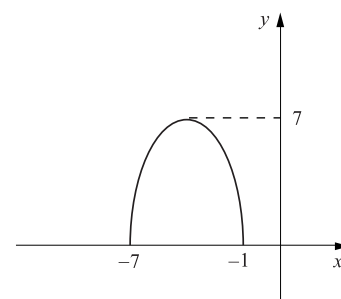


Gráfico de h

- (a) Sabendo que o gráfico de f é obtido por transformações do gráfico de $u(x) = 1/x$, determine a expressão algébrica de f . Determine também os pontos de interseção do gráfico de f com os eixos coordenados.

Resposta: _____

(b) Sabendo que o gráfico da função g é um semi-círculo, dê a expressão algébrica de g .

Resposta: _____

(c) Sabendo que o gráfico de h é obtido por transformações do gráfico de g , dê a expressão algébrica de h .

Resposta: _____

Questão 2

- (a) Sabendo que $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(5+h)^3 - 125}{h}$, determine a e a expressão de $f(x)$.

Resposta: _____

Resposta: _____

- (b) Considere as seguintes afirmações:

- (i) A derivada da função f em $x = a$ é a reta tangente ao gráfico de f no ponto $(a, f(a))$.
- (ii) A derivada da função f em $x = a$ é a equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto $(a, f(a))$.
- (iii) A derivada da função f em $x = a$ é o coeficiente angular da reta tangente ao gráfico de f no ponto $(a, f(a))$.

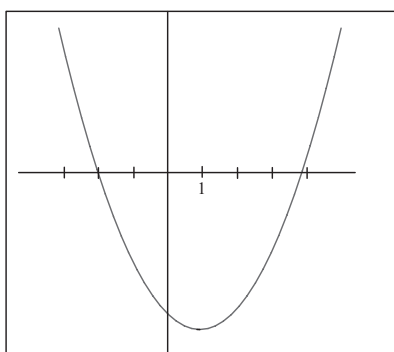
Copie a frase que é a afirmação correta:

- (c) Considere a função $g : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $g(x) = \sqrt{x} + \frac{x-9}{4}$. Determine a equação da reta tangente ao gráfico de g em $x = 9$.

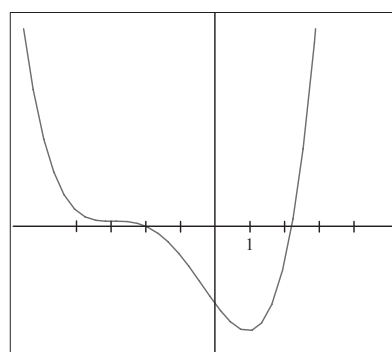
Resposta: _____

Questão 3

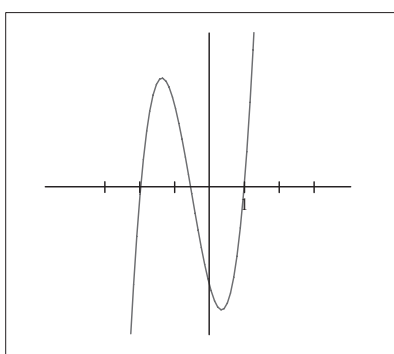
Considere os gráficos (a), (b), (c) e (d), e as condições (i), (ii) e (iii):



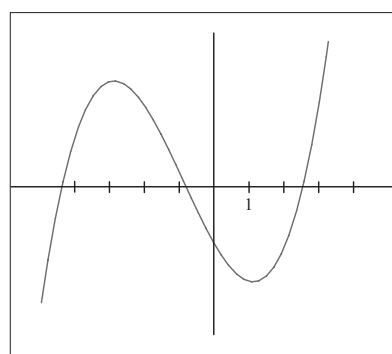
(a)



(b)



(c)



(d)

(i) $x = 1$ é ponto de mínimo local de f .

(ii) Em $x = -2$, o gráfico de f tem concavidade para cima.

(iii) Pode-se garantir que o gráfico de f possui mais de 1 ponto de inflexão.

Responda o que se pede, justificando:

1. Qual (quais) dos gráficos acima pode (podem) representar a **derivada** de uma função f que satisfaz a condição (i)?
2. Qual (quais) dos gráficos acima pode (podem) representar a **derivada** de uma função f que satisfaz a condição (ii)?
3. Qual (quais) dos gráficos acima pode (podem) representar a **derivada** de uma função f que satisfaz a condição (iii)?

Questão 4

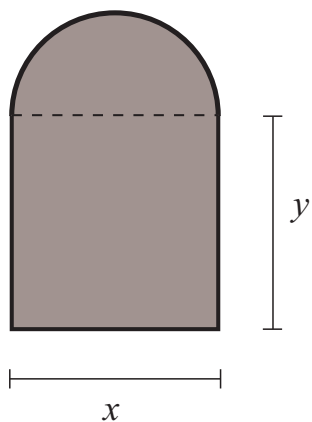
Considere a função trigonométrica $f(x) = \cos(x + a) + b$.

Determine valores para a e b tais que $(3, 7)$ seja um ponto mínimo de f .

Resposta: _____

Questão 5

Uma janela normanda tem o formato de um retângulo a cima do qual se coloca um semicírculo como mostra a figura abaixo. Considere então, uma janela normanda com área igual a 6m^2 . Seja x a largura da parte retangular e y a altura da parte retangular da janela normanda.



- (a) Dê o domínio da função, $P(x)$, que fornece o perímetro da janela normanda em termos de x .

Resposta: _____

- (b) Dê a expressão da função, $P(x)$, que fornece o perímetro da janela normanda em termos de x .

Resposta: _____

- (c) Determine x e y que minimizam o perímetro da janela normanda.

Resposta: _____