

Nome: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

| Questão        | Valor | Grau | Revisão |
|----------------|-------|------|---------|
| 1 <sup>a</sup> | 2,0   |      |         |
| 2 <sup>a</sup> | 2,0   |      |         |
| 3 <sup>a</sup> | 2,0   |      |         |
| Soma           | 6,0   |      |         |
| Teste          | 4,0   |      |         |
| <b>TOTAL</b>   | 10,0  |      |         |

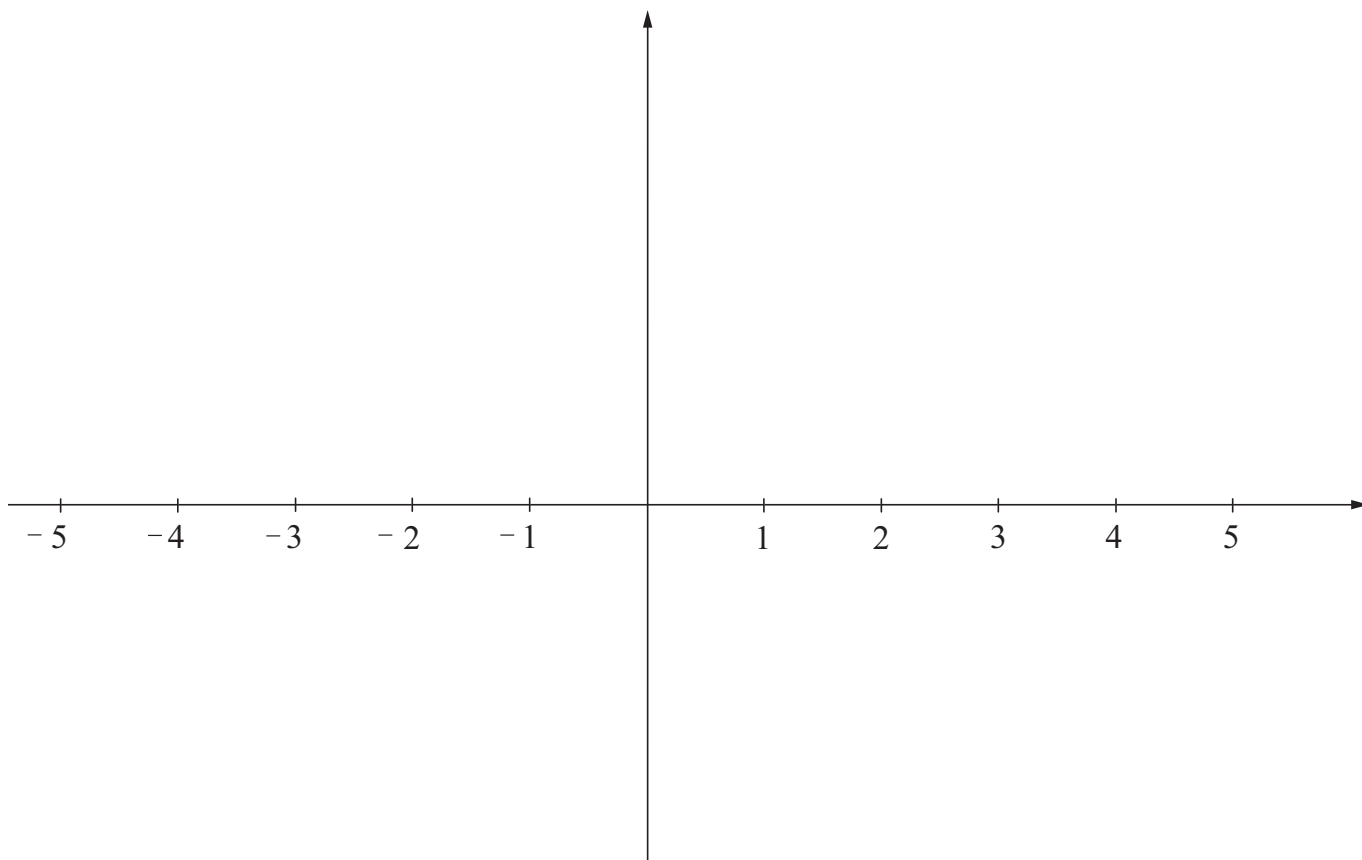
- **Esta prova terá a duração de 1 hora e 35 minutos.**
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
  - O plano geral da resolução deve estar claro.
  - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
  - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
  - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

### Questão 1

Esboce o gráfico de uma função,  $f$ , que satisfaz todas as condições dadas abaixo.

- (i)  $\text{Domínio}(f) = [-5, 5]$
- (ii)  $f(0) = 0$  e  $f'(-4) = f'(-2) = f'(2) = f'(4) = 0$
- (iii)  $f'(x) > 0$  se  $x \in (-5, -4) \cup (2, 4) \cup (4, 5)$
- (iv)  $f'(x) < 0$  se  $x \in (-4, -2) \cup (-2, 2)$
- (v)  $f''(x) > 0$  se  $x \in (-3, -2) \cup (-1, 3) \cup (4, 5)$
- (vi)  $f''(x) < 0$  se  $x \in (-5, -3) \cup (-2, -1) \cup (3, 4)$

Esboce também, pontilhadas, as retas tangentes ao gráfico de  $f$  nos pontos de inflexão.



## Questão 2

Considere a função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ .

- (a) Sabendo que  $(0, 0)$  é ponto de inflexão de  $f$ , determine o valor da constante  $b$  e o valor da constante  $d$ .

Resposta: \_\_\_\_\_

- (b) Atribua os valores encontrados no item anterior às constantes  $b$  e  $d$ , respectivamente. Sabendo que a reta tangente ao gráfico de  $f$  em  $x = -3$  é horizontal e que  $f(-3) = 27$ , determine o valor da constante  $a$  e o valor da constante  $c$ .

Resposta: \_\_\_\_\_

- (c) Atribua os valores encontrados nos itens anteriores às constantes  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$ , respectivamente. Use o Maple para verificar suas respostas esboçando, em um mesmo sistema de coordenadas, o gráfico de  $f$  e as retas tangentes ao gráfico de  $f$  em  $x = 0$  e em  $x = -3$ , respectivamente.

Resposta: \_\_\_\_\_

### Questão 3

Considere  $f(x) = \sin(x) + \cos\left(\frac{x}{2}\right)$  e  $P(x) = a_0 + a_1(x - 7, 5) + a_2(x - 7, 5)^2 + a_3(x - 7, 5)^3$ .

- (a) Com lápis e papel, desenvolvendo todas as contas necessárias, determine os **valores exatos** de  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$  de forma que

$$f(7, 5) = P(7, 5), f'(7, 5) = P'(7, 5), f''(7, 5) = P''(7, 5) \text{ e } f'''(7, 5) = P'''(7, 5).$$

$$a_0 = \underline{\hspace{10em}} \quad a_1 = \underline{\hspace{10em}}$$

$$a_2 = \underline{\hspace{10em}} \quad a_3 = \underline{\hspace{10em}}$$

- (b) A função polinômial  $P$ , com os coeficientes calculados no item (a), é a função polinomial de grau 3 que melhor aproxima  $f$  nas vizinhanças de  $x = 7,5$ . Determine o maior intervalo, contendo  $x = 7,5$ , para o qual  $f(x) - 0,1 < P(x) < f(x) + 0,1$ ; isto é, o maior intervalo para o qual  $P(x)$  é uma aproximação de  $f(x)$  com erro menor do que 0,1. Os extremos do intervalo devem ser dados com 2 casas decimais corretas.

Resposta: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

| Questão        | Valor | Grau | Revisão |
|----------------|-------|------|---------|
| 1 <sup>a</sup> | 2,0   |      |         |
| 2 <sup>a</sup> | 2,0   |      |         |
| 3 <sup>a</sup> | 2,0   |      |         |
| Soma           | 6,0   |      |         |
| Teste          | 4,0   |      |         |
| <b>TOTAL</b>   | 10,0  |      |         |

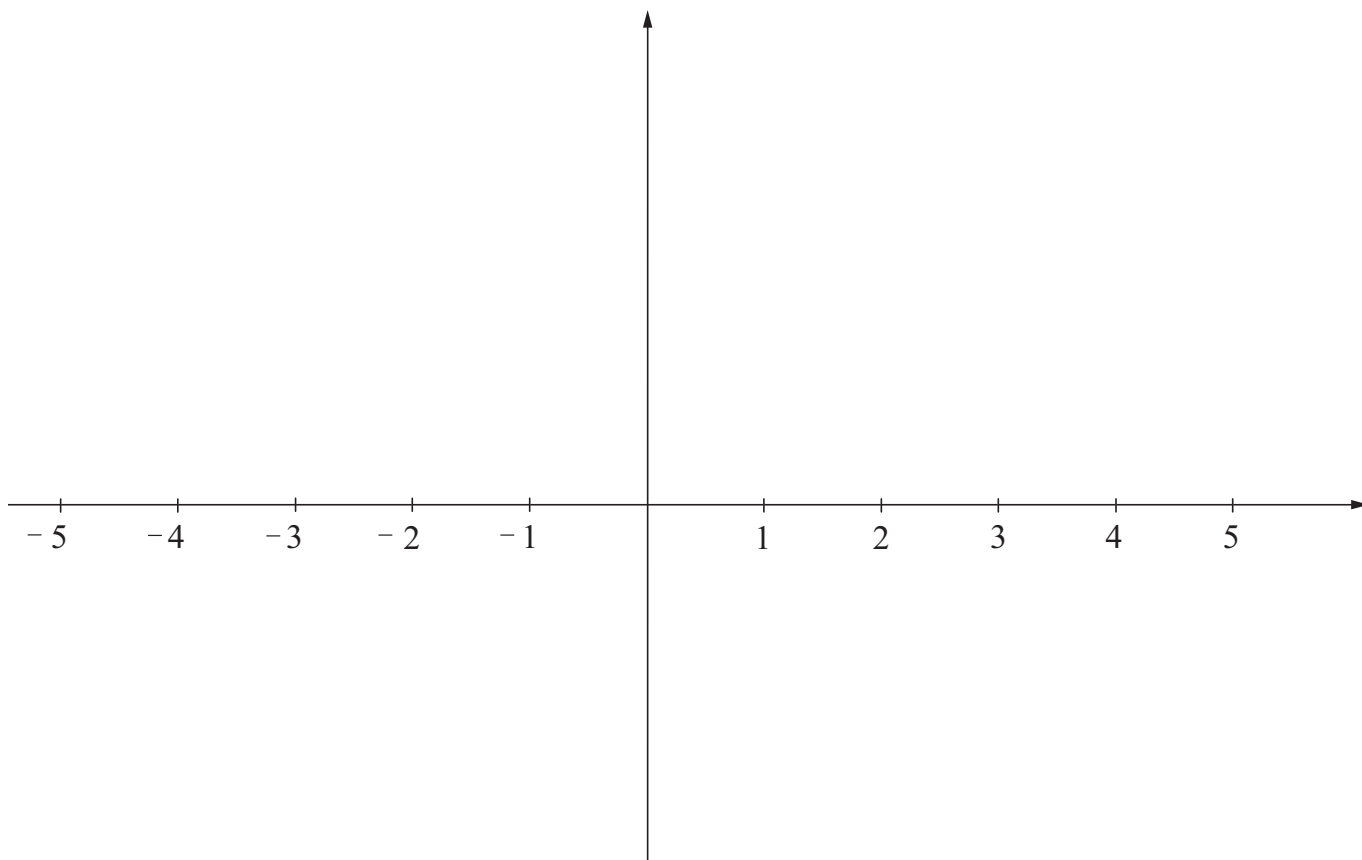
- **Esta prova terá a duração de 1 hora e 35 minutos.**
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova e não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
  - O plano geral da resolução deve estar claro.
  - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
  - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
  - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

### Questão 1

Esboce o gráfico de uma função,  $f$ , que satisfaz todas as condições dadas abaixo.

- (i)  $\text{Domínio}(f) = [-5, 5]$
- (ii)  $f(0) = 0$  e  $f'(-4) = f'(-2) = f'(2) = f'(4) = 0$
- (iii)  $f'(x) < 0$  se  $x \in (-5, -4) \cup (2, 4) \cup (4, 5)$
- (iv)  $f'(x) > 0$  se  $x \in (-4, -2) \cup (-2, 2)$
- (v)  $f''(x) < 0$  se  $x \in (-3, -2) \cup (-1, 3) \cup (4, 5)$
- (vi)  $f''(x) > 0$  se  $x \in (-5, -3) \cup (-2, -1) \cup (3, 4)$

Esboce também, pontilhadas, as retas tangentes ao gráfico de  $f$  nos pontos de inflexão.





## Questão 2

Considere a função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ .

- (a) Sabendo que  $(0, 0)$  é ponto de inflexão de  $f$ , determine o valor da constante  $b$  e o valor da constante  $d$ .

Resposta: \_\_\_\_\_

- (b) Atribua os valores encontrados no item anterior às constantes  $b$  e  $d$ , respectivamente. Sabendo que a reta tangente ao gráfico de  $f$  em  $x = 3$  é horizontal e que  $f(3) = 18$ , determine o valor da constante  $a$  e o valor da constante  $c$ .

Resposta: \_\_\_\_\_

- (c) Atribua os valores encontrados nos itens anteriores às constantes  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$ , respectivamente. Use o Maple para verificar suas respostas esboçando, em um mesmo sistema de coordenadas, o gráfico de  $f$  e as retas tangentes ao gráfico de  $f$  em  $x = 0$  e em  $x = 3$ , respectivamente.

Resposta: \_\_\_\_\_

### Questão 3

Considere  $f(x) = \sin(x) + \cos\left(\frac{x}{2}\right)$  e  $P(x) = a_0 + a_1(x-13,1) + a_2(x-13,1)^2 + a_3(x-13,1)^3$ .

- (a) Com lápis e papel, desenvolvendo todas as contas necessárias, determine os **valores exatos** de  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$  de forma que

$$f(13,1) = P(13,1), f'(13,1) = P'(13,1), f''(13,1) = P''(13,1) \text{ e } f'''(13,1) = P'''(13,1).$$

$$a_0 = \underline{\hspace{15em}} \quad a_1 = \underline{\hspace{15em}}$$

$$a_2 = \underline{\hspace{15em}} \quad a_3 = \underline{\hspace{15em}}$$

- (b) A função polinômial  $P$ , com os coeficientes calculados no item (a), é a função polinomial de grau 3 que melhor aproxima  $f$  nas vizinhanças de  $x = 13,1$ . Determine o maior intervalo, contendo  $x = 13,1$ , para o qual  $f(x) - 0,1 < P(x) < f(x) + 0,1$ ; isto é, o maior intervalo para o qual  $P(x)$  é uma aproximação de  $f(x)$  com erro menor do que  $0,1$ . Os extremos do intervalo devem ser dados com 2 casas decimais corretas.

Resposta: \_\_\_\_\_