

Nome: \_\_\_\_\_

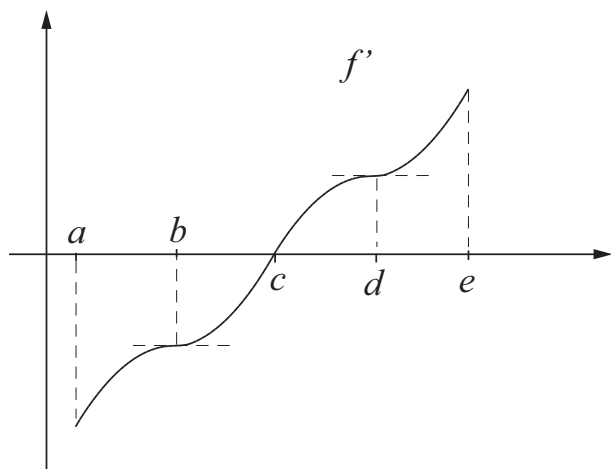
Matrícula: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 <sup>a</sup>	1,0		
2 <sup>a</sup>	1,0		
3 <sup>a</sup>	2,0		
4 <sup>a</sup>	2,0		
Soma	6,0		
Teste	4,0		
<b>TOTAL</b>	10,0		

- **Esta prova terá a duração de 1 hora e 35 minutos.**
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
  - O plano geral da resolução deve estar claro.
  - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
  - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
  - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

### Questão 1

Seja  $f$  uma função definida no intervalo  $[a, e]$  com primeira e segunda derivadas. O gráfico abaixo é o gráfico da derivada de  $f$ , ou seja, gráfico de  $f'$ .



- (a) Determine, se houver, os intervalos nos quais  $f$  é côncava para cima.

Resposta: \_\_\_\_\_

- (b) Determine, se houver, os intervalos nos quais  $f$  é côncava para baixo.

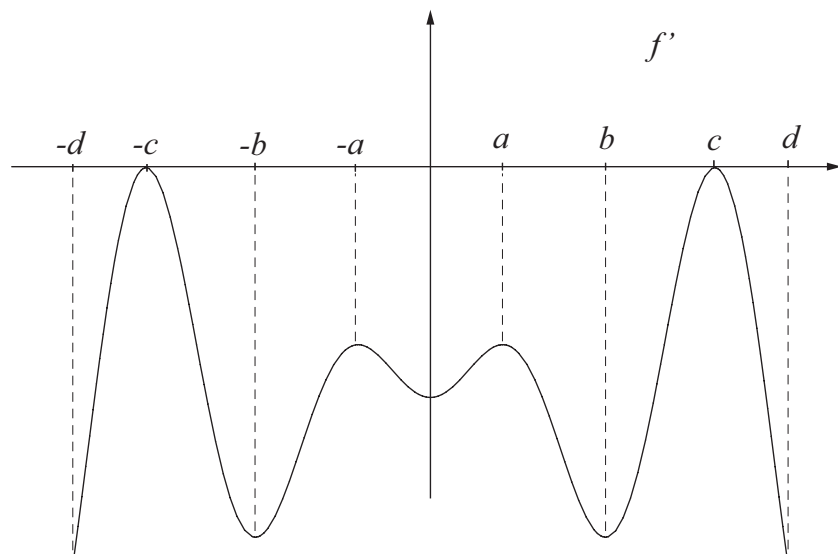
Resposta: \_\_\_\_\_

- (c) Determine, se houver, a coordenada  $x$  dos pontos de inflexão de  $f$ .

Resposta: \_\_\_\_\_

## Questão 2

Seja  $f$  uma função derivável definida no intervalo  $[-d, d]$ . O gráfico abaixo é o gráfico da derivada de  $f$ , ou seja, gráfico de  $f'$ .



- (a) Determine, se houver, os intervalos nos quais  $f$  é crescente.

Resposta: \_\_\_\_\_

- (b) Determine, se houver, os intervalos nos quais  $f$  é decrescente.

Resposta: \_\_\_\_\_

- (c) Determine, se houver, os valores de  $x$  nos quais  $f$  tem máximo local.

Resposta: \_\_\_\_\_

- (d) Determine, se houver, os valores de  $x$  nos quais  $f$  tem mínimo local.

Resposta: \_\_\_\_\_

### Questão 3

Considere a função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = x^4 + kx^3 + x^2 + 5$ .

- (a) Determine o(s) valor(s) da constante  $k$  tal que, simultaneamente:
- (i) a equação  $f''(x) = 0$  tem solução
  - (ii) o gráfico de  $f$  não tem pontos de inflexão.

Resposta: \_\_\_\_\_

- (b) Atribua o valor positivo encontrado no primeiro item à constante  $k$ . Determine o(s) valor(e)s de  $x$  que satisfaz(em)  $f''(x) = 0$ .

Resposta: \_\_\_\_\_

- (c) Atribua o valor positivo encontrado no primeiro item à constante  $k$  e use o Maple para verificar suas respostas nos itens anteriores esboçando o gráfico de  $f$ .

Resposta: \_\_\_\_\_

#### Questão 4

Considere  $f(x) = \sin\left(\frac{x}{3}\right) + \cos(x)$  e  $P(x) = a_0 + a_1(x-12,3) + a_2(x-12,3)^2 + a_3(x-12,3)^3$ .

- (a) Com lápis e papel, desenvolvendo todas as contas necessárias, determine os **valores exatos** de  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$  de forma que

$$f(12,3) = P(12,3), f'(12,3) = P'(12,3), f''(12,3) = P''(12,3) \text{ e } f'''(12,3) = P'''(12,3).$$

$$a_0 = \underline{\hspace{10em}} \quad a_1 = \underline{\hspace{10em}}$$

$$a_2 = \underline{\hspace{10em}} \quad a_3 = \underline{\hspace{10em}}$$

- (b) A função polinômial  $P$ , com os coeficientes calculados no item (a), é a função polinomial de grau 3 que melhor aproxima  $f$  nas vizinhanças de  $x = 12,3$ . Determine o maior intervalo, contendo  $x = 12,3$ , para o qual  $f(x) - 0,1 < P(x) < f(x) + 0,1$ ; isto é, o maior intervalo para o qual  $P(x)$  é uma aproximação de  $f(x)$  com erro menor do que 0,1. Os extremos do intervalo devem ser dados com 2 casas decimais corretas.

Resposta: \_\_\_\_\_

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G3 21 de junho de 2010

(versão IIIb)

Início: 11:00 Término: 12:35

Nome: \_\_\_\_\_

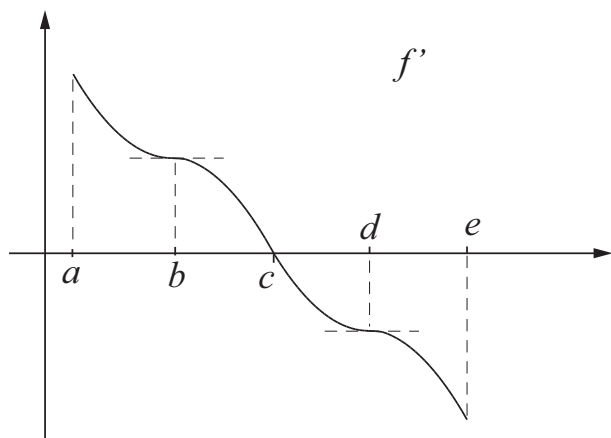
Matrícula: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 <sup>a</sup>	1,0		
2 <sup>a</sup>	1,0		
3 <sup>a</sup>	2,0		
4 <sup>a</sup>	2,0		
Soma	6,0		
Teste	4,0		
<b>TOTAL</b>	10,0		

- Esta prova terá a duração de 1 hora e 35 minutos.
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
  - O plano geral da resolução deve estar claro.
  - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
  - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
  - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

### Questão 1

Seja  $f$  uma função definida no intervalo  $[a, e]$  com primeira e segunda derivadas. O gráfico abaixo é o gráfico da derivada de  $f$ , ou seja, gráfico de  $f'$ .



- (a) Determine, se houver, os intervalos nos quais  $f$  é côncava para cima.

Resposta: \_\_\_\_\_

- (b) Determine, se houver, os intervalos nos quais  $f$  é côncava para baixo.

Resposta: \_\_\_\_\_

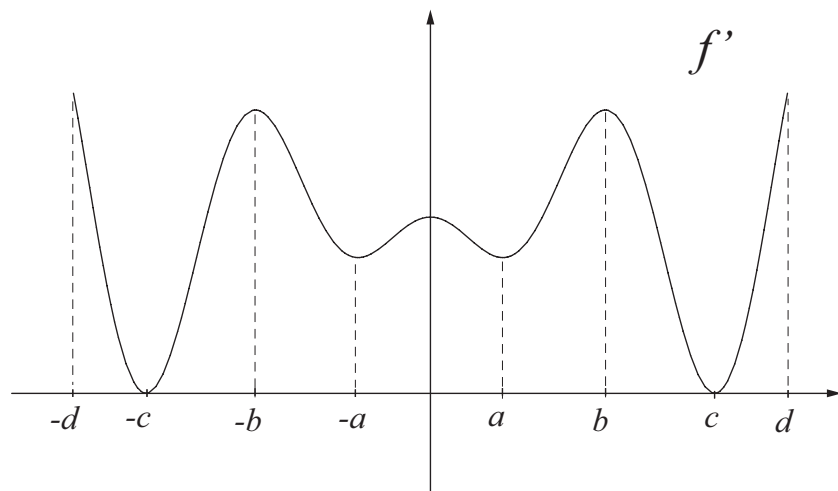
- (c) Determine, se houver, a coordenada  $x$  dos pontos de inflexão de  $f$ .

Resposta: \_\_\_\_\_



## Questão 2

Seja  $f$  uma função derivável definida no intervalo  $[-d, d]$ . O gráfico abaixo é o gráfico da derivada de  $f$ , ou seja, gráfico de  $f'$ .



- (a) Determine, se houver, os intervalos nos quais  $f$  é crescente.

Resposta: \_\_\_\_\_

- (b) Determine, se houver, os intervalos nos quais  $f$  é decrescente.

Resposta: \_\_\_\_\_

- (c) Determine, se houver, os valores de  $x$  nos quais  $f$  tem máximo local.

Resposta: \_\_\_\_\_

- (d) Determine, se houver, os valores de  $x$  nos quais  $f$  tem mínimo local.

Resposta: \_\_\_\_\_

### Questão 3

Considere a função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dada por  $f(x) = \frac{x^4}{4} + kx^3 + x^2 + 8$ .

(a) Determine o(s) valor(s) da constante  $k$  tal que, simultaneamente:

- (i) a equação  $f''(x) = 0$  tem solução
- (ii) o gráfico de  $f$  não tem pontos de inflexão.

Resposta: \_\_\_\_\_

(b) Atribua o valor positivo encontrado no primeiro item à constante  $k$ . Determine o(s) valor(s) de  $x$  que satisfaz(em)  $f''(x) = 0$ .

Resposta: \_\_\_\_\_

(c) Atribua o valor positivo encontrado no primeiro item à constante  $k$  e use o Maple para verificar suas respostas nos itens anteriores esboçando o gráfico de  $f$ .

Resposta: \_\_\_\_\_

#### Questão 4

Considere  $f(x) = \sin\left(\frac{x}{3}\right) + \cos(x)$  e  $P(x) = a_0 + a_1(x-18,7) + a_2(x-18,7)^2 + a_3(x-18,7)^3$ .

- (a) Com lápis e papel, desenvolvendo todas as contas necessárias, determine os **valores exatos** de  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$  de forma que

$$f(18,7) = P(18,7), f'(18,7) = P'(18,7), f''(18,7) = P''(18,7) \text{ e } f'''(18,7) = P'''(18,7).$$

$$a_0 = \underline{\hspace{10em}} \quad a_1 = \underline{\hspace{10em}}$$

$$a_2 = \underline{\hspace{10em}} \quad a_3 = \underline{\hspace{10em}}$$

- (b) A função polinômial  $P$ , com os coeficientes calculados no item (a), é a função polinomial de grau 3 que melhor aproxima  $f$  nas vizinhanças de  $x = 18,7$ . Determine o maior intervalo, contendo  $x = 18,7$ , para o qual  $f(x) - 0,1 < P(x) < f(x) + 0,1$ ; isto é, o maior intervalo para o qual  $P(x)$  é uma aproximação de  $f(x)$  com erro menor do que  $0,1$ . Os extremos do intervalo devem ser dados com 2 casas decimais corretas.

Resposta: \_\_\_\_\_