

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G3 21 de junho de 2010

(versão IVa)

Início: 13:00 Término: 14:35

Nome: _____

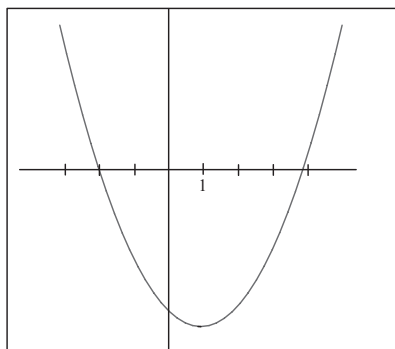
Matrícula: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 ^a	1,5		
2 ^a	2,0		
3 ^a	0,5		
4 ^a	2,0		
Soma	6,0		
Teste	4,0		
TOTAL	10,0		

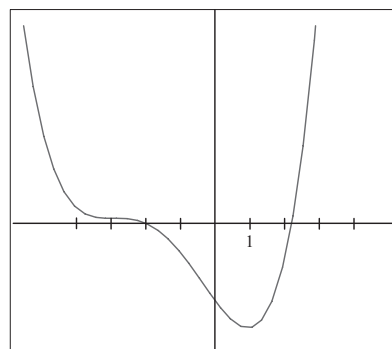
- **Esta prova terá a duração de 1 hora e 35 minutos.**
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
 - O plano geral da resolução deve estar claro.
 - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
 - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
 - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

Questão 1

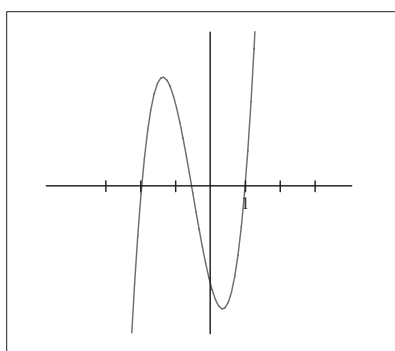
Considere os gráficos (a), (b), (c) e (d):



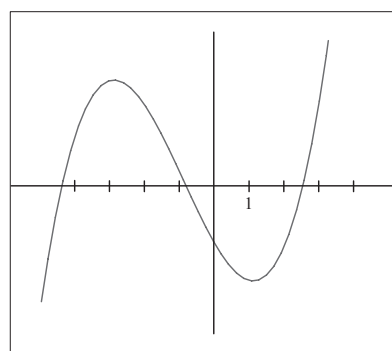
(a)



(b)



(c)



(d)

Considere também as condições:

- (i) Em torno de $x = -2$, o gráfico de f tem concavidade para cima.
- (ii) Pode-se garantir que o gráfico de f tem mais de um ponto de inflexão.
- (iii) f tem mínimo local em $x = 1$.

Responda o que se pede, justificando:

1. Qual (quais) dos gráficos acima pode (podem) representar a **derivada** de uma função f que satisfaz a condição (i)?

2. Qual (quais) dos gráficos acima pode (podem) representar a **derivada** de uma função f que satisfaz a condição (ii)?

3. Qual (quais) dos gráficos acima pode (podem) representar a **derivada** de uma função f que satisfaz a condição (iii)?

Questão 2

Considere a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 18$. Determine, se houver:

- (a) O(s) ponto(s) P no gráfico de f , cuja distância ao ponto $A = (6, 35)$ é mínima. E determine esta distância mínima.

Obs.: Forneça respostas com valores exatos.

Resposta: _____

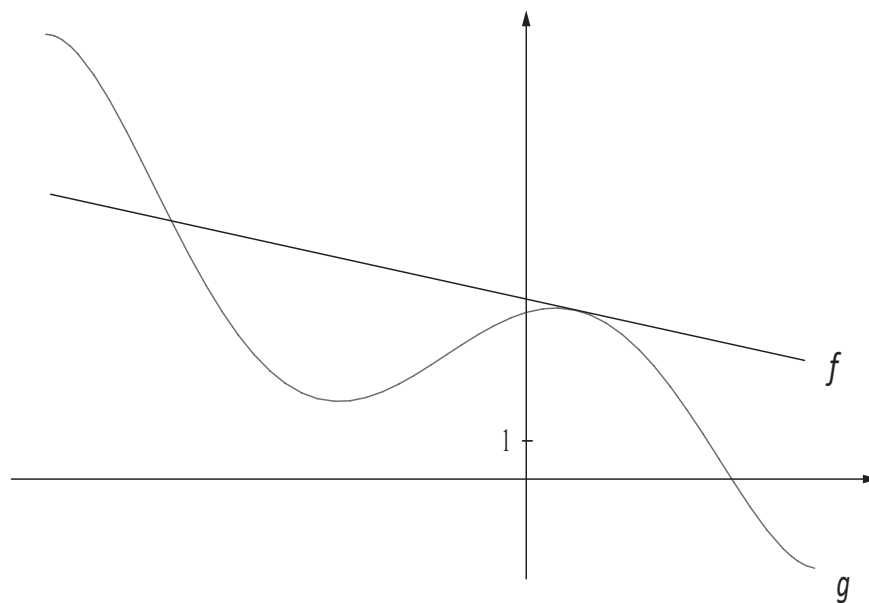
- (b) O(s) ponto(s) P no gráfico de f , cuja distância ao ponto $A = (6, 35)$ é máxima. E determine esta distância máxima.

Obs.: Forneça respostas com valores exatos.

Resposta: _____

Questão 3

A figura abaixo mostra os gráficos das funções f e g em um mesmo sistema de coordenadas. Masque no eixo horizontal todos os valores de x que satisfazem $-1 \leq g(x) - f(x) \leq 1$.



Questão 4

Considere $f(x) = \sin(x) + \cos\left(\frac{x}{3}\right)$ e $P(x) = a_0 + a_1(x-10,1) + a_2(x-10,1)^2 + a_3(x-10,1)^3$.

- (a) Com lápis e papel, desenvolvendo todas as contas necessárias, determine os **valores exatos** de a_0 , a_1 , a_2 e a_3 de forma que

$$f(10,1) = P(10,1), f'(10,1) = P'(10,1), f''(10,1) = P''(10,1) \text{ e } f'''(10,1) = P'''(10,1).$$

$$a_0 = \underline{\hspace{15em}} \quad a_1 = \underline{\hspace{15em}}$$

$$a_2 = \underline{\hspace{15em}} \quad a_3 = \underline{\hspace{15em}}$$

- (b) A função polinômial P , com os coeficientes calculados no item (a), é a função polinomial de grau 3 que melhor aproxima f nas vizinhanças de $x = 10,1$. Determine o maior intervalo, contendo $x = 10,1$, para o qual $f(x) - 0,1 < P(x) < f(x) + 0,1$; isto é, o maior intervalo para o qual $P(x)$ é uma aproximação de $f(x)$ com erro menor do que $0,1$. Os extremos do intervalo devem ser dados com 2 casas decimais corretas.

Resposta: _____

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G3 21 de junho de 2010

(versão IVb)

Início: 13:00 Término: 14:35

Nome: _____

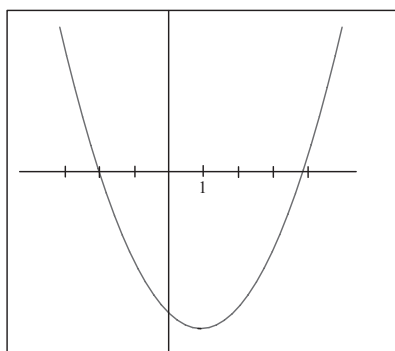
Matrícula: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 ^a	1,5		
2 ^a	2,0		
3 ^a	0,5		
4 ^a	2,0		
Soma	6,0		
Teste	4,0		
TOTAL	10,0		

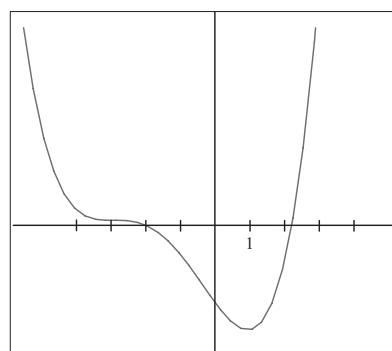
- **Esta prova terá a duração de 1 hora e 35 minutos.**
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
 - O plano geral da resolução deve estar claro.
 - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
 - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
 - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

Questão 1

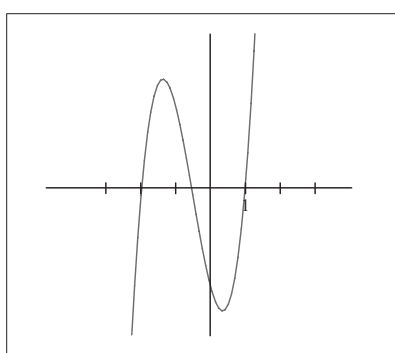
Considere os gráficos (a), (b), (c) e (d):



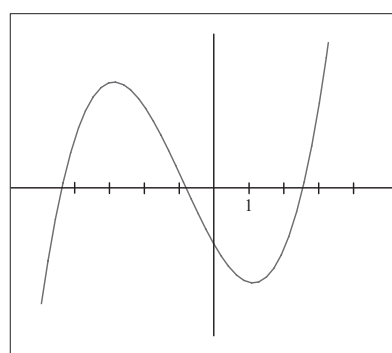
(a)



(b)



(c)



(d)

Considere também as condições:

- (i) f tem mínimo local em $x = 1$.
- (ii) Em torno de $x = -2$, o gráfico de f tem concavidade para cima.
- (iii) Pode-se garantir que o gráfico de f tem mais de um ponto de inflexão.

Responda o que se pede, justificando:

1. Qual (quais) dos gráficos acima pode (podem) representar a **derivada** de uma função f que satisfaz a condição (i)?

2. Qual (quais) dos gráficos acima pode (podem) representar a **derivada** de uma função f que satisfaz a condição (ii)?

3. Qual (quais) dos gráficos acima pode (podem) representar a **derivada** de uma função f que satisfaz a condição (iii)?

Questão 2

Considere a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 18$. Determine, se houver:

- (a) O(s) ponto(s) P no gráfico de f , cuja distância ao ponto $A = (6, 34)$ é mínima. E determine esta distância mínima.

Obs.: Forneça respostas com valores exatos.

Resposta: _____

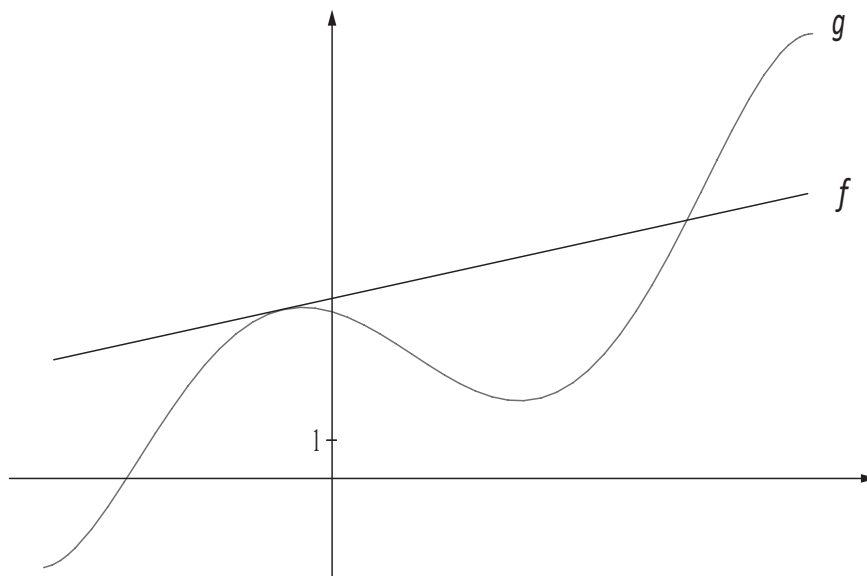
- (b) O(s) ponto(s) P no gráfico de f , cuja distância ao ponto $A = (6, 34)$ é máxima. E determine esta distância máxima.

Obs.: Forneça respostas com valores exatos.

Resposta: _____

Questão 3

A figura abaixo mostra os gráficos das funções f e g em um mesmo sistema de coordenadas. Masque no eixo horizontal todos os valores de x que satisfazem $-1 \leq g(x) - f(x) \leq 1$.



Questão 4

Considere $f(x) = \sin(x) + \cos\left(\frac{x}{3}\right)$ e $P(x) = a_0 + a_1(x-13,9) + a_2(x-13,9)^2 + a_3(x-13,9)^3$.

- (a) Com lápis e papel, desenvolvendo todas as contas necessárias, determine os **valores exatos** de a_0 , a_1 , a_2 e a_3 de forma que

$$f(13,9) = P(13,9), f'(13,9) = P'(13,9), f''(13,9) = P''(13,9) \text{ e } f'''(13,9) = P'''(13,9).$$

$$a_0 = \underline{\hspace{15em}} \quad a_1 = \underline{\hspace{15em}}$$

$$a_2 = \underline{\hspace{15em}} \quad a_3 = \underline{\hspace{15em}}$$

- (b) A função polinômial P , com os coeficientes calculados no item (a), é a função polinomial de grau 3 que melhor aproxima f nas vizinhanças de $x = 13,9$. Determine o maior intervalo, contendo $x = 13,9$, para o qual $f(x) - 0,1 < P(x) < f(x) + 0,1$; isto é, o maior intervalo para o qual $P(x)$ é uma aproximação de $f(x)$ com erro menor do que 0,1. Os extremos do intervalo devem ser dados com 2 casas decimais corretas.

Resposta: _____