

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G3 21 de junho de 2010

(versão Va)

Início: 15:00 Término: 16:35

Nome: _____

Matrícula: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 ^a	1,0		
2 ^a	0,5		
3 ^a	0,5		
4 ^a	2,0		
5 ^a	2,0		
Soma	6,0		
Teste	4,0		
TOTAL	10,0		

- **Esta prova terá a duração de 1 hora e 35 minutos.**
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
 - O plano geral da resolução deve estar claro.
 - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
 - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
 - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

Questão 1

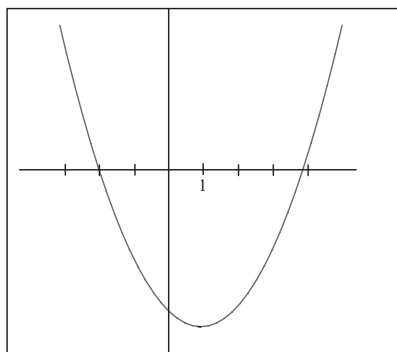
Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função com as três propriedades abaixo:

(i) $f(-2) = 0$

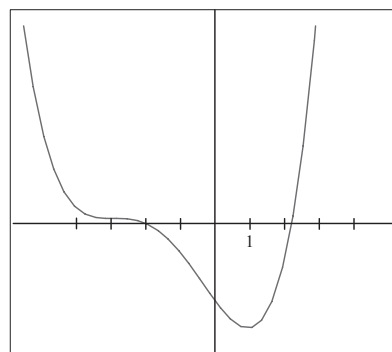
(ii) $f''(-2) = -1/2$

(iii) A equação da reta tangente ao gráfico de f em $x = 1$ é $y = -3$

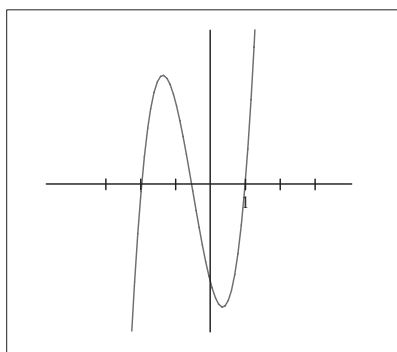
Qual (ou quais) dos gráficos abaixo pode (ou podem) ser o gráfico de f ?



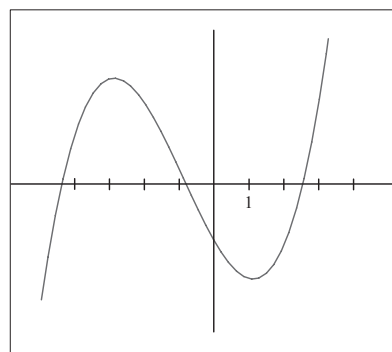
(a)



(b)



(c)



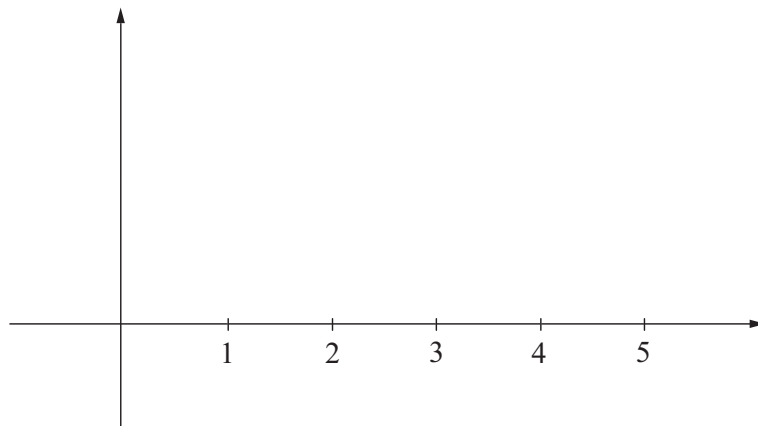
(d)

Questão 2

Esboce o gráfico de uma função, f , com as três propriedades abaixo.

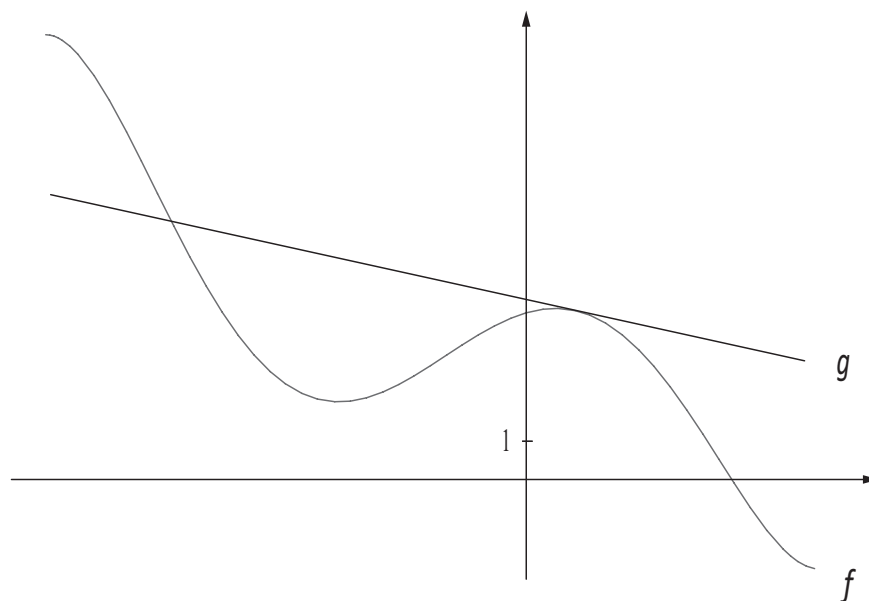
- (i) Domínio(f) = $[0, 5]$
- (ii) f tem apenas um intervalo de decrescimento e um intervalo de crescimento.
- (iii) f tem um ponto de inflexão com a primeira coordenada no intervalo de decrescimento.

Esboce também, pontilhada, a reta tangente ao gráfico de f no ponto de inflexão.



Questão 3

A figura abaixo mostra os gráficos das funções f e g em um mesmo sistema de coordenadas. Masque no eixo horizontal todas os valores de x que satisfazem $-1 \leq g(x) - f(x) \leq 1$.



Questão 4

Considere a função $f : \left[-\frac{67}{10}, \frac{83}{5}\right] \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 5x + \frac{25}{2}$.

Determine, se houver:

- (a) O(s) ponto(s) P no gráfico de f , cuja distância ao ponto $A = (5, 35)$ é mínima. E determine esta distância mínima.

Obs.: Forneça respostas com valores exatos.

Resposta: _____

(b) O(s) ponto(s) P no gráfico de f , cuja distância ao ponto $A = (5, 35)$ é máxima. E determine esta distância máxima.

Obs.: Forneça respostas com valores exatos.

Resposta: _____

Questão 5

Considere $f(x) = \sin(x) + \cos\left(\frac{x}{3}\right)$ e $P(x) = a_0 + a_1(x-16,8) + a_2(x-16,8)^2 + a_3(x-16,8)^3$.

- (a) Com lápis e papel, desenvolvendo todas as contas necessárias, determine os **valores exatos** de a_0 , a_1 , a_2 e a_3 de forma que

$$f(16,8) = P(16,8), f'(16,8) = P'(16,8), f''(16,8) = P''(16,8) \text{ e } f'''(16,8) = P'''(16,8).$$

$$a_0 = \underline{\hspace{10cm}} \quad a_1 = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$a_2 = \underline{\hspace{10cm}} \quad a_3 = \underline{\hspace{10cm}}$$

- (b) A função polinômial P , com os coeficientes calculados no item (a), é a função polinomial de grau 3 que melhor aproxima f nas vizinhanças de $x = 16,8$. Determine o maior intervalo, contendo $x = 16,8$, para o qual $f(x) - 0,1 < P(x) < f(x) + 0,1$; isto é, o maior intervalo para o qual $P(x)$ é uma aproximação de $f(x)$ com erro menor do que 0,1. Os extremos do intervalo devem ser dados com 2 casas decimais corretas.

Resposta: _____

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G3 21 de junho de 2010

(versão Vb)

Início: 15:00 Término: 16:35

Nome: _____

Matrícula: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 ^a	1,0		
2 ^a	0,5		
3 ^a	0,5		
4 ^a	2,0		
5 ^a	2,0		
Soma	6,0		
Teste	4,0		
TOTAL	10,0		

- **Esta prova terá a duração de 1 hora e 35 minutos.**
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
 - O plano geral da resolução deve estar claro.
 - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
 - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
 - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

Questão 1

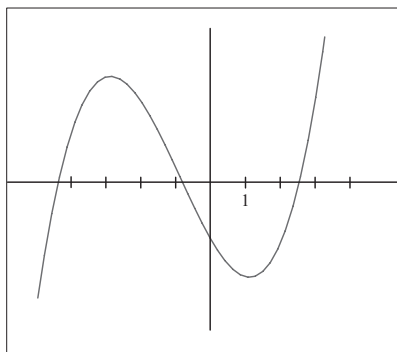
Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função com as três propriedades abaixo:

(i) $f(-2) = 0$

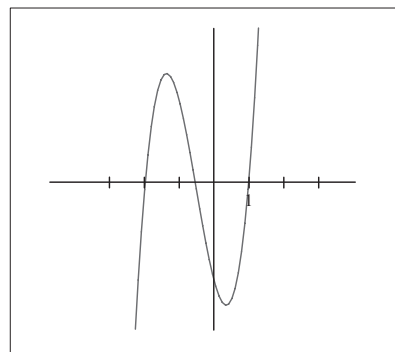
(ii) $f''(-2) = -1/2$

(iii) A equação da reta tangente ao gráfico de f em $x = 1$ é $y = -3$

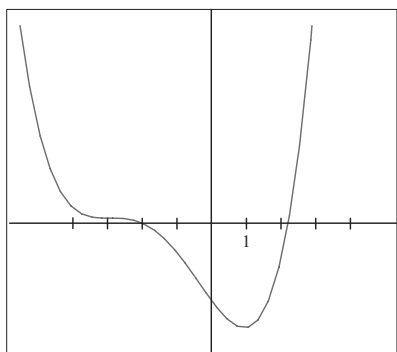
Qual (ou quais) dos gráficos abaixo pode (ou podem) ser o gráfico de f ?



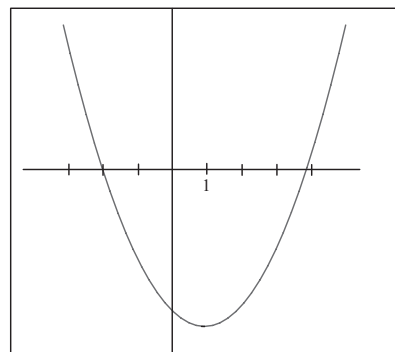
(a)



(b)



(c)



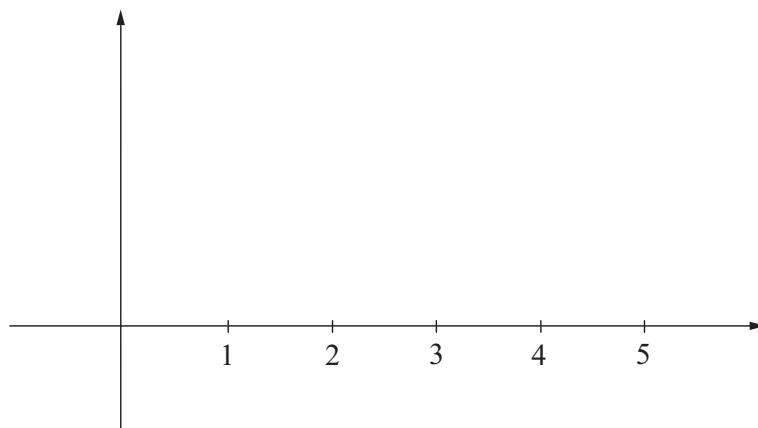
(d)

Questão 2

Esboce o gráfico de uma função, f , com as três propriedades abaixo.

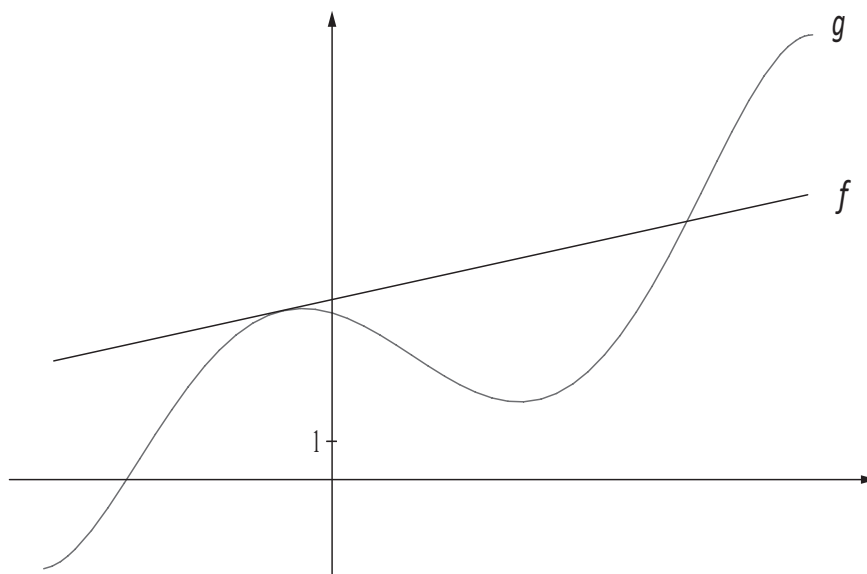
- (i) $\text{Domínio}(f) = [0, 5]$
- (ii) f tem apenas um intervalo de decrescimento e um intervalo de crescimento.
- (iii) f tem um ponto de inflexão com a primeira coordenada no intervalo de crescimento.

Esboce também, pontilhada, a reta tangente ao gráfico de f no ponto de inflexão.



Questão 3

A figura abaixo mostra os gráficos das funções f e g em um mesmo sistema de coordenadas. Masque no eixo horizontal todas os valores de x que satisfazem $-1 \leq g(x) - f(x) \leq 1$.



Questão 4

Considere a função $f : \left[-\frac{13}{2}, \frac{83}{5}\right] \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 5x + \frac{25}{2}$.

Determine, se houver:

- (a) O(s) ponto(s) P no gráfico de f , cuja distância ao ponto $A = (5, 34)$ é mínima. E determine esta distância mínima.

Obs.: Forneça respostas com valores exatos.

Resposta: _____

(b) O(s) ponto(s) P no gráfico de f , cuja distância ao ponto $A = (5, 34)$ é máxima. E determine esta distância máxima.

Obs.: Forneça respostas com valores exatos.

Resposta: _____

Questão 5

Considere $f(x) = \sin(x) + \cos\left(\frac{x}{3}\right)$ e $P(x) = a_0 + a_1(x - 19,9) + a_2(x - 19,9)^2 + a_3(x - 19,9)^3$.

- (a) Com lápis e papel, desenvolvendo todas as contas necessárias, determine os **valores exatos** de a_0 , a_1 , a_2 e a_3 de forma que

$$f(19,9) = P(19,9), f'(19,9) = P'(19,9), f''(19,9) = P''(19,9) \text{ e } f'''(19,9) = P'''(19,9).$$

$$a_0 = \underline{\hspace{15em}} \quad a_1 = \underline{\hspace{15em}}$$

$$a_2 = \underline{\hspace{15em}} \quad a_3 = \underline{\hspace{15em}}$$

- (b) A função polinômial P , com os coeficientes calculados no item (a), é a função polinomial de grau 3 que melhor aproxima f nas vizinhanças de $x = 19,9$. Determine o maior intervalo, contendo $x = 19,9$, para o qual $f(x) - 0,1 < P(x) < f(x) + 0,1$; isto é, o maior intervalo para o qual $P(x)$ é uma aproximação de $f(x)$ com erro menor do que 0,1. Os extremos do intervalo devem ser dados com 2 casas decimais corretas.

Resposta: _____