

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G4 29 de novembro de 2010

(versão I)

Início: 17:00 Término: 18:50

Nome: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Se você é um(a) aluno(a) aprovado(a) em G3, responda SIM ou NÃO à seguinte pergunta: deseja que esta sua G4 seja corrigida e, portanto, que sua nota seja considerada, mesmo que isto o(a) prejudique? Resposta: \_\_\_\_\_

Se você não responder, vamos assumir que a resposta é NÃO.

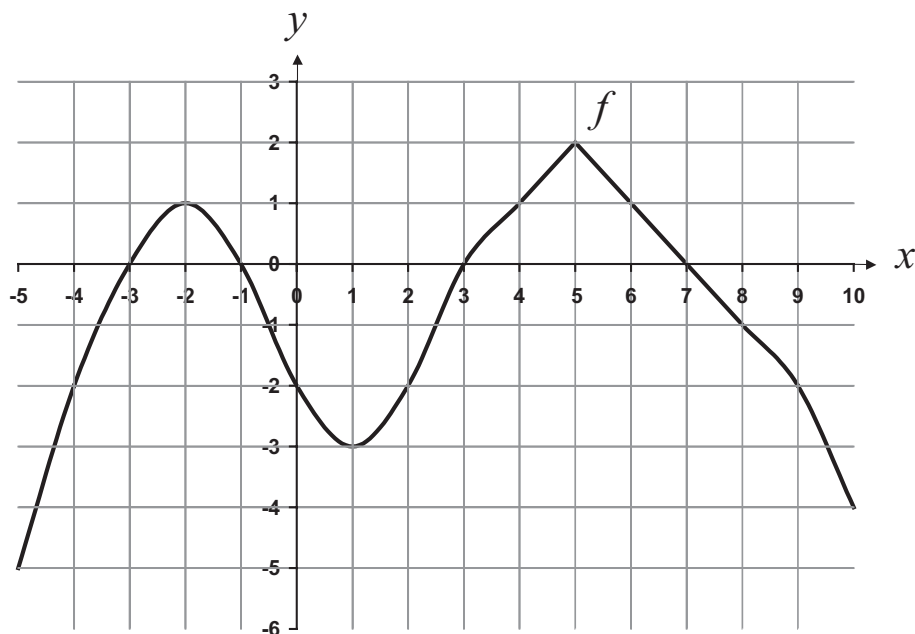
Questão	Valor	Grau	Revisão
1 <sup>a</sup>	2,5		
2 <sup>a</sup>	2,5		
3 <sup>a</sup>	2,5		
4 <sup>a</sup>	2,5		
Total	10,0		

- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta. **É proibido escrever nas mesas.**
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
  - O plano geral da resolução deve estar claro.
  - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
  - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

### Questão 1

Sejam as funções  $f$ ,  $g$  e  $h$  definidas no intervalo  $[-5, 10]$  tais que:

- $f$  é dada pelo gráfico abaixo,
- $g(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{5}\right)$ ,
- $h(x) = (x + 2)(x - 5)$ .



(a) Para quais valores de  $x$ ,  $f'(x) > 0$ ?

(b) Para quais valores de  $x$ ,  $f'(x) \cdot g(x) > 0$ ?

(c) Para quais valores de  $x$ ,  $\frac{f'(x) \cdot g(x)}{h(x)} > 0$ ?

## Questão 2

Deseja-se construir uma lata cilíndrica com tampa e com  $1 \text{ m}^3$  de volume. Na lateral e no fundo será utilizado um material que custa R\$ 10,00 o metro quadrado e na tampa, um material que custa R\$ 20,00 o metro quadrado.

(Num cilindro, a área total é dada por  $A = 2\pi r h + 2\pi r^2$  e o volume por  $V = \pi r^2 h$ ).

- (a) Dê a expressão e o domínio da função  $C(r)$  que fornece o custo da fabricação da lata em função do raio  $r$  da base.

- (b) Dê o valor de  $r$  que minimiza o custo de fabricação.

### Questão 3

Considere a função

$$h(x) = \frac{[g(2x)]^2 \cdot [g(2x)]^{\frac{1}{2}} \cdot [f(4x)]^9}{[g(2x)]^{\frac{3}{2}} \cdot [f(4x)]^7 \cdot [f(4x)]^{\frac{3}{2}}}.$$

Determine  $h'(\frac{1}{2})$ , conhecendo os valores dados na tabela abaixo:

$f(\frac{1}{2}) = -1$	$f(1) = 1$	$f(2) = 5$	$f(4) = 9$
$g(\frac{1}{2}) = -2$	$g(1) = 2$	$g(2) = 6$	$g(4) = 10$
$f'(\frac{1}{2}) = -3$	$f'(1) = 3$	$f'(2) = 7$	$f'(4) = 11$
$g'(\frac{1}{2}) = -4$	$g'(1) = 4$	$g'(2) = 8$	$g'(4) = 12$

Resposta: \_\_\_\_\_

#### Questão 4

Um triângulo  $ABC$  é criado da seguinte forma:  $A = (0, 0)$ ,  $B = (6, 0)$  e  $C$  percorre o semi-círculo dado por  $y = \sqrt{9 - (x - 3)^2}$ . No instante em que o ponto  $C$  passa pelo ponto  $(4, \sqrt{8})$ , a sua coordenada  $x$  está crescendo a uma taxa de 2 cm/s. Qual é a taxa de variação da área do triângulo  $ABC$ , nesse instante?

## CICLO BÁSICO DO CTC

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G4 29 de novembro de 2010

(versão II)

Início: 17:00 Término: 18:50

Nome: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Se você é um(a) aluno(a) aprovado(a) em G3, responda SIM ou NÃO à seguinte pergunta: deseja que esta sua G4 seja corrigida e, portanto, que sua nota seja considerada, mesmo que isto o(a) prejudique? Resposta: \_\_\_\_\_

Se você não responder, vamos assumir que a resposta é NÃO.

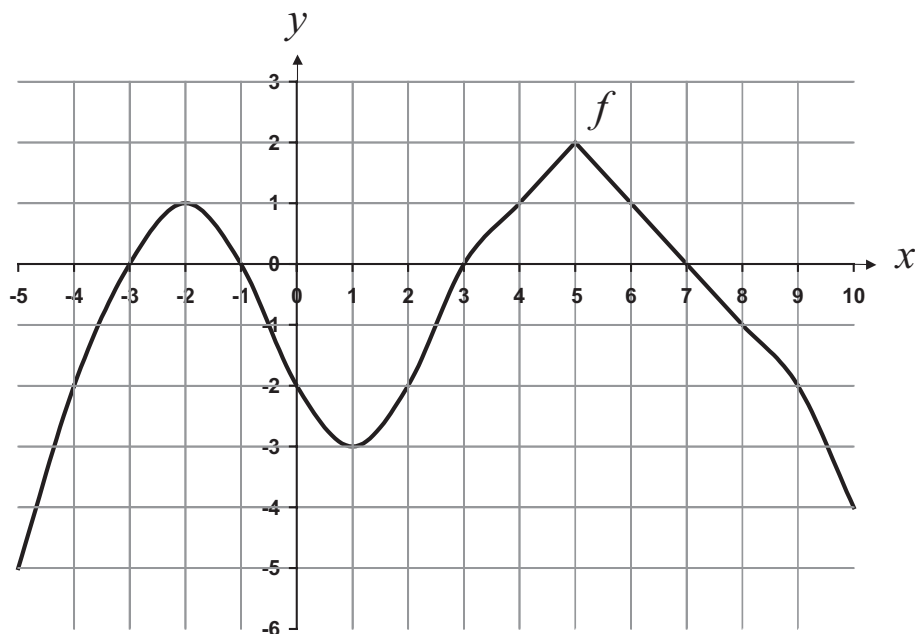
Questão	Valor	Grau	Revisão
1 <sup>a</sup>	2,5		
2 <sup>a</sup>	2,5		
3 <sup>a</sup>	2,5		
4 <sup>a</sup>	2,5		
Total	10,0		

- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta. **É proibido escrever nas mesas.**
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
  - O plano geral da resolução deve estar claro.
  - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
  - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

### Questão 1

Sejam as funções  $f$ ,  $g$  e  $h$  definidas no intervalo  $[-5, 10]$  tais que:

- $f$  é dada pelo gráfico abaixo,
- $g(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{5}\right)$ ,
- $h(x) = (x + 2)(x - 5)$ .



(a) Para quais valores de  $x$ ,  $f'(x) < 0$ ?

(b) Para quais valores de  $x$ ,  $f'(x) \cdot g(x) < 0$ ?

(c) Para quais valores de  $x$ ,  $\frac{f'(x) \cdot g(x)}{h(x)} < 0$ ?

## Questão 2

Deseja-se construir uma lata cilíndrica com tampa e com  $1 \text{ m}^3$  de volume. Na lateral e no fundo será utilizado um material que custa R\$ 20,00 o metro quadrado e na tampa, um material que custa R\$ 10,00 o metro quadrado.

(Num cilindro, a área total é dada por  $A = 2\pi r h + 2\pi r^2$  e o volume por  $V = \pi r^2 h$ ).

- (a) Dê a expressão e o domínio da função  $C(r)$  que fornece o custo da fabricação da lata em função do raio  $r$  da base.

- (b) Dê o valor de  $r$  que minimiza o custo de fabricação.



### Questão 3

Considere a função

$$h(x) = \frac{[g(2x)]^2 \cdot [g(2x)]^{\frac{1}{2}} \cdot [f(4x)]^9}{[g(2x)]^{\frac{3}{2}} \cdot [f(4x)]^7 \cdot [f(4x)]^{\frac{3}{2}}}.$$

Determine  $h'(\frac{1}{2})$ , conhecendo os valores dados na tabela abaixo:

$f(\frac{1}{2}) = -1$	$f(1) = 1$	$f(2) = 5$	$f(4) = 9$
$g(\frac{1}{2}) = -2$	$g(1) = 2$	$g(2) = 6$	$g(4) = 10$
$f'(\frac{1}{2}) = -3$	$f'(1) = 3$	$f'(2) = 7$	$f'(4) = 11$
$g'(\frac{1}{2}) = -4$	$g'(1) = 4$	$g'(2) = 8$	$g'(4) = 12$

Resposta: \_\_\_\_\_

#### Questão 4

Um triângulo  $ABC$  é criado da seguinte forma:  $A = (0, 0)$ ,  $B = (8, 0)$  e  $C$  percorre o semi-círculo dado por  $y = \sqrt{(16 - (x - 4)^2)}$ . No instante em que o ponto  $C$  passa pelo ponto  $(5, \sqrt{15})$ , a sua coordenada  $x$  está crescendo a uma taxa de 2 cm/s. Qual é a taxa de variação da área do triângulo  $ABC$ , nesse instante?