

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

PUC-RIO

CICLO BÁSICO DO CTC

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G1 11 de abril de 2011

(versão Ia)

Início: 7:00 Término: 8:30

Nome: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 <sup>a</sup>	2,0		
2 <sup>a</sup>	2,0		
3 <sup>a</sup>	2,0		
4 <sup>a</sup>	2,0		

Prova	8,0		
Teste	2,0		
<b>G1</b>	10,0		

- Esta prova terá a duração de 1 hora e 30 minutos.
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
  - O plano geral da resolução deve estar claro.
  - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
  - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
  - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

1ª Questão:

Sejam as funções  $f$ ,  $g$  e  $h$  reais definidas no intervalo  $[0, 8]$ .

- (a) Sabendo que o gráfico de  $f$  é um semi-círculo, determine os valores de  $x$  para os quais  $f(x) = 0$ .

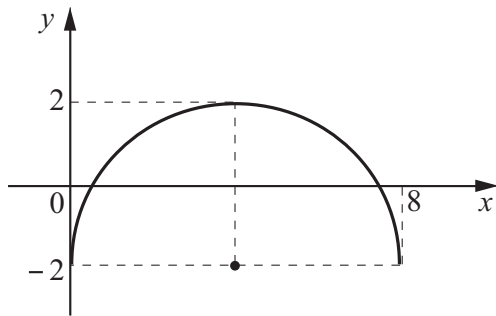


Gráfico de  $f$

- (b) Sabendo que o gráfico de  $g$  é parte de uma parábola, determine os valores de  $x$  para os quais  $g(x) = 0$ .

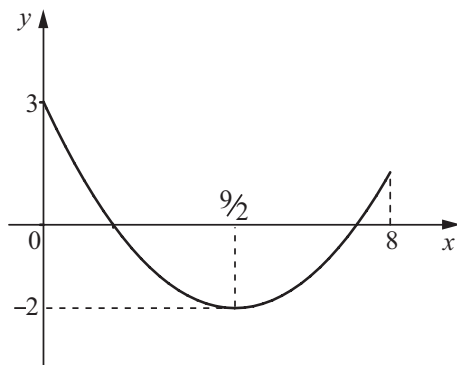


Gráfico de  $g$

- (c) Sabendo que a função  $h$  é dada pelo gráfico abaixo, determine os valores de  $x$  para os quais:

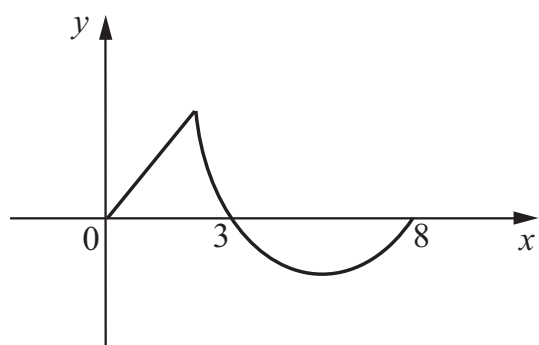


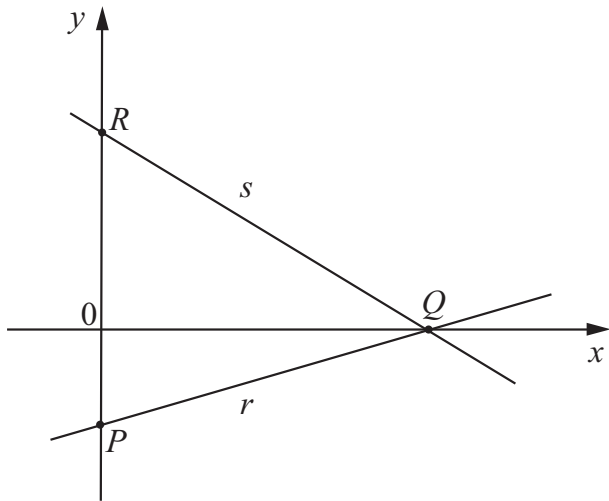
Gráfico de  $h$

(i)  $f(x) \cdot h(x) > 0$

(ii)  $\frac{g(x)}{h(x)} \leq 0$

2ª Questão:

- (a) Na figura abaixo, as retas  $r$  e  $s$  intersectam-se no ponto  $Q$ . Sabendo que a equação da reta  $s$  é  $y = -\frac{2}{\sqrt{7}}x + 2$  e que  $P = (0, -1)$ , determine:



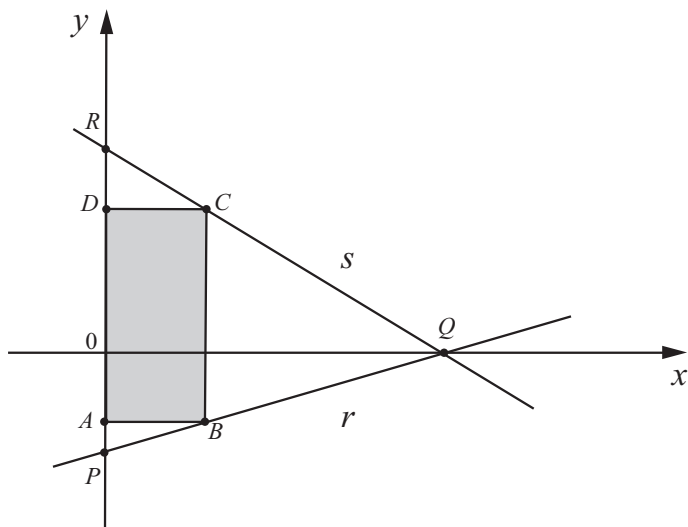
- (i) As coordenadas do ponto  $Q$ .

- (ii) A equação da reta  $r$ .

(b) Na figura abaixo, as retas e pontos são os mesmos considerados no item anterior.

Considere os retângulos  $ABCD$ , de forma que o lado  $\overline{AD}$  esteja sobre o eixo- $y$ , o vértice  $B$  sobre o segmento de reta  $\overline{PQ}$  e o vértice  $C$  sobre a reta  $s$ .

Seja  $x$  a primeira coordenada do ponto  $B$ .



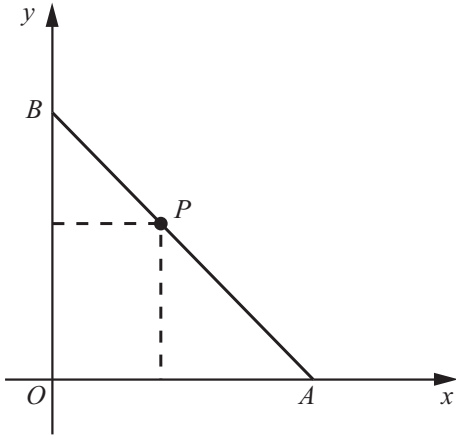
(i) Determine o valor de  $x$  do retângulo  $ABCD$  de área máxima.

(ii) Calcule esta área máxima.

3ª Questão:

Considere os triângulos  $\triangle OAB$ , no plano cartesiano, de forma que: o vértice  $A$  pertença ao eixo- $x$ , o vértice  $B$  pertença ao eixo- $y$  e o lado  $\overline{AB}$  passe pelo ponto  $P = (\sqrt{3}, \sqrt{5})$ .

Seja  $x$  a primeira coordenada do ponto  $A$ .



(a) Dê o domínio e a expressão da função que fornece o comprimento da hipotenusa  $\overline{AB}$  em termos de  $x$ .

(b) Determine uma aproximação, com erro menor que  $10^{-2}$ , para o valor de  $x$  que minimiza o comprimento de  $\overline{AB}$ .

4ª Questão:

Sejam as funções  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  e  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dadas por

$$f(x) = x^4 - 100x^3 \quad \text{e} \quad g(x) = 20x^3.$$

(a) Determine uma janela gráfica do Maple, na qual é possível visualizar todas as soluções de  $f(x) \leq g(x)$ .

(b) Determine todos os valores de  $y$  para os quais  $(80, y)$  pertence à região limitada pelos gráficos de  $f$  e  $g$ .

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G1 11 de abril de 2011

(versão Ib)

Início: 7:00 Término: 8:30

Nome: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 <sup>a</sup>	2,0		
2 <sup>a</sup>	2,0		
3 <sup>a</sup>	2,0		
4 <sup>a</sup>	2,0		

Prova	8,0		
Teste	2,0		
<b>G1</b>	10,0		

- Esta prova terá a duração de 1 hora e 30 minutos.
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
  - O plano geral da resolução deve estar claro.
  - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
  - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
  - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.



1ª Questão:

Sejam as funções  $f$ ,  $g$  e  $h$  reais definidas no intervalo  $[0, 8]$ .

- (a) Sabendo que o gráfico de  $f$  é um semi-círculo, determine os valores de  $x$  para os quais  $f(x) = 0$ .

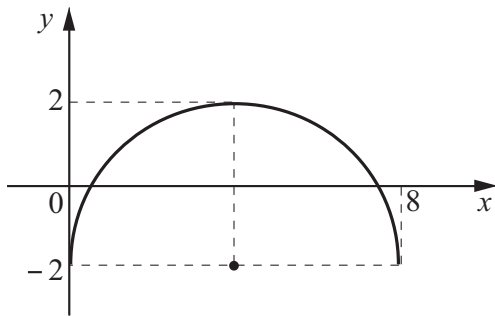


Gráfico de  $f$

- (b) Sabendo que o gráfico de  $g$  é parte de uma parábola, determine os valores de  $x$  para os quais  $g(x) = 0$ .

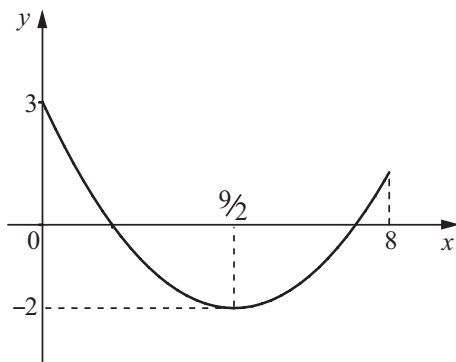


Gráfico de  $g$

- (c) Sabendo que a função  $h$  é dada pelo gráfico abaixo, determine os valores de  $x$  para os quais:

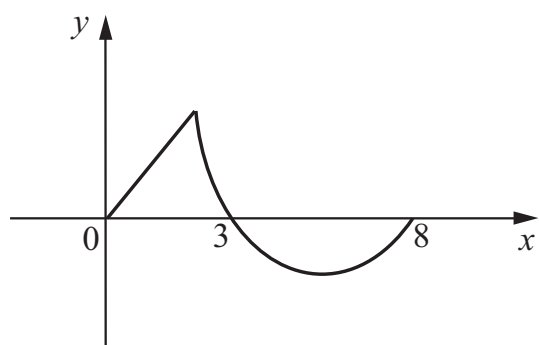


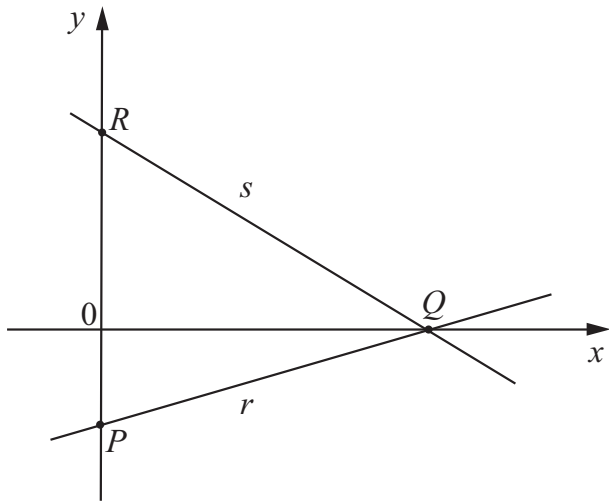
Gráfico de  $h$

(i)  $f(x) \cdot h(x) < 0$

(ii)  $\frac{g(x)}{h(x)} \geq 0$

2ª Questão:

- (a) Na figura abaixo, as retas  $r$  e  $s$  intersectam-se no ponto  $Q$ . Sabendo que a equação da reta  $s$  é  $y = -\frac{4}{\sqrt{5}}x + 4$  e que  $P = (0, -2)$ , determine:



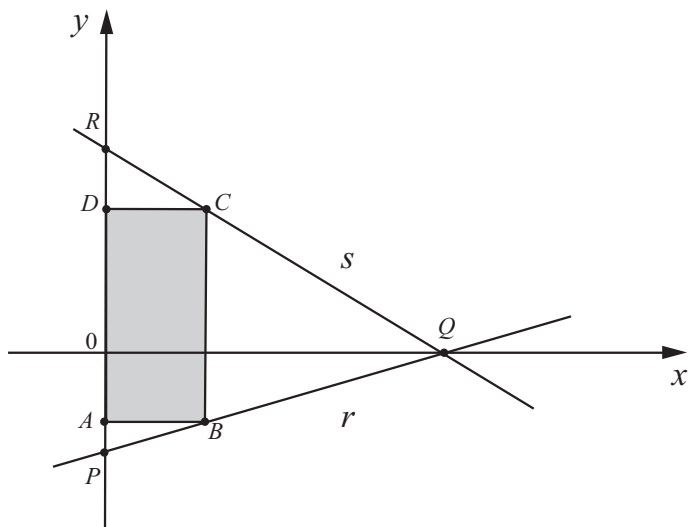
- (i) As coordenadas do ponto  $Q$ .

- (ii) A equação da reta  $r$ .

(b) Na figura abaixo, as retas e pontos são os mesmos considerados no item anterior.

Considere os retângulos  $ABCD$ , de forma que o lado  $\overline{AD}$  esteja sobre o eixo- $y$ , o vértice  $B$  sobre o segmento de reta  $\overline{PQ}$  e o vértice  $C$  sobre a reta  $s$ .

Seja  $x$  a primeira coordenada do ponto  $B$ .



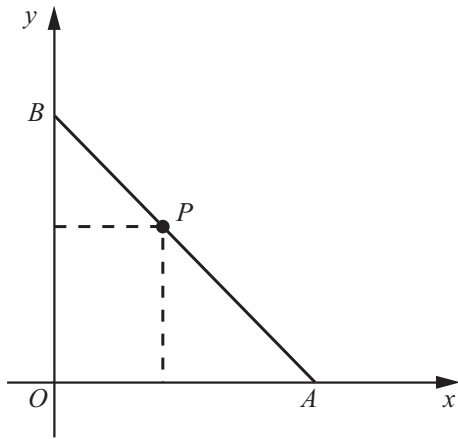
(i) Determine o valor de  $x$  do retângulo  $ABCD$  de área máxima.

(ii) Calcule esta área máxima.

3ª Questão:

Considere os triângulos  $\triangle OAB$ , no plano cartesiano, de forma que: o vértice  $A$  pertença ao eixo- $x$ , o vértice  $B$  pertença ao eixo- $y$  e o lado  $\overline{AB}$  passe pelo ponto  $P = (\sqrt{5}, \sqrt{7})$ .

Seja  $x$  a primeira coordenada do ponto  $A$ .



(a) Dê o domínio e a expressão da função que fornece o comprimento da hipotenusa  $\overline{AB}$  em termos de  $x$ .

(b) Determine uma aproximação, com erro menor que  $10^{-2}$ , para o valor de  $x$  que minimiza o comprimento de  $\overline{AB}$ .

4ª Questão:

Sejam as funções  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  e  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dadas por

$$f(x) = x^4 - 100x^3 \quad \text{e} \quad g(x) = 20x^3.$$

(a) Determine uma janela gráfica do Maple, na qual é possível visualizar todas as soluções de  $f(x) \leq g(x)$ .

(b) Determine todos os valores de  $y$  para os quais  $(60, y)$  pertence à região limitada pelos gráficos de  $f$  e  $g$ .