

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G1 11 de abril de 2011

(versão IIa)

Início: 9:00 Término: 10:30

Nome: _____

Matrícula: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 ^a	2,0		
2 ^a	2,0		
3 ^a	2,0		
4 ^a	2,0		

Prova	8,0		
Teste	2,0		
G1	10,0		

- Esta prova terá a duração de 1 hora e 30 minutos.
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
 - O plano geral da resolução deve estar claro.
 - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
 - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
 - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

1ª Questão:

Sejam as funções f , g e h reais definidas no intervalo $[-4, 6]$.

- (a) Sabendo que o gráfico de f é um semi-círculo, determine os valores de x para os quais $f(x) = 0$.

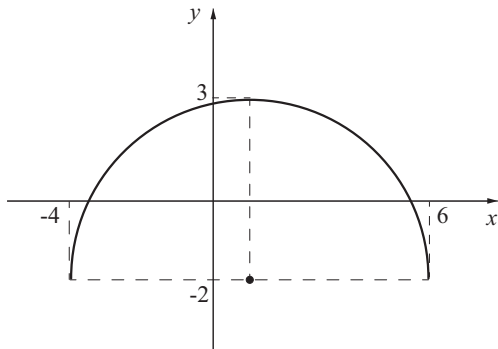


Gráfico de f

- (b) Sabendo que o gráfico de g é parte de uma parábola, determine os valores de x para os quais $g(x) = 0$.

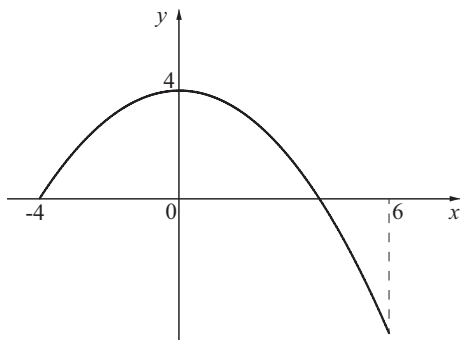


Gráfico de g

- (c) Sabendo que a função h é dada pelo gráfico abaixo, determine os valores de x para os quais:

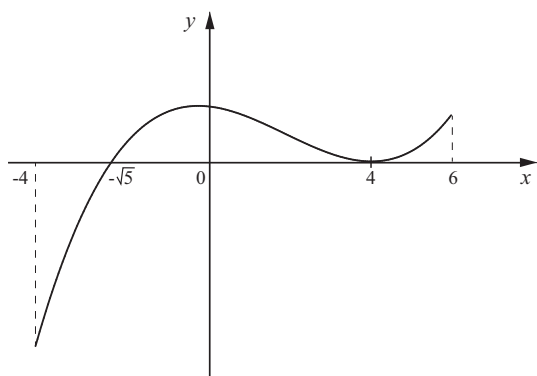


Gráfico de h

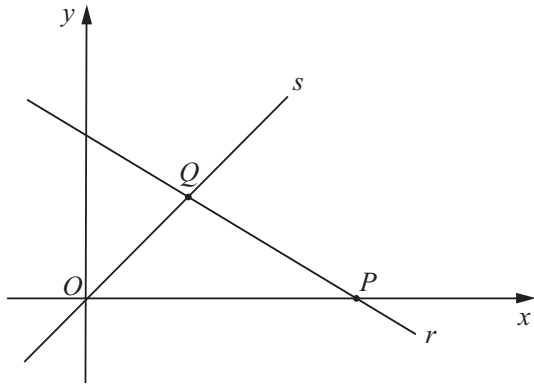
(i) $f(x) \cdot h(x) < 0$

(ii) $\frac{g(x)}{h(x)} \leq 0$

2ª Questão:

(a) Na figura abaixo, as retas r e s intersectam-se no ponto Q .

Sabendo que $P = (4, 0)$ e $Q = \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$ determine:



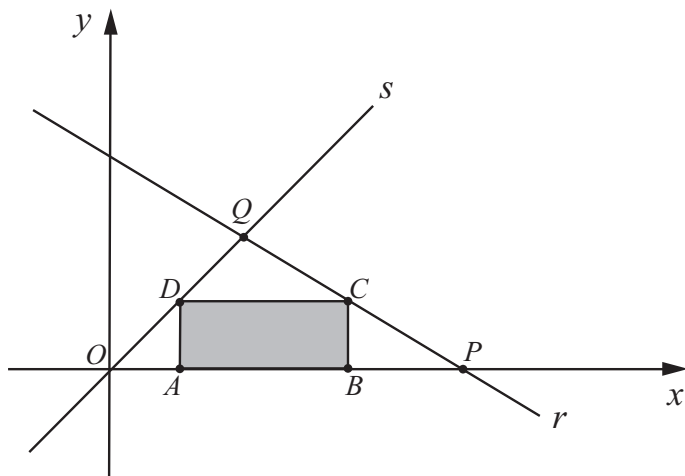
(i) A equação da reta s .

(ii) A equação da reta r .

(b) Na figura abaixo, as retas e pontos são os mesmos considerados no item anterior.

Considere os retângulos $ABCD$, de forma que o lado \overline{AB} esteja sobre o eixo- x , o vértice D sobre o segmento de reta \overline{OQ} e o vértice C sobre a reta r .

Sejam x a primeira coordenada do ponto A e z a primeira coordenada do ponto B :



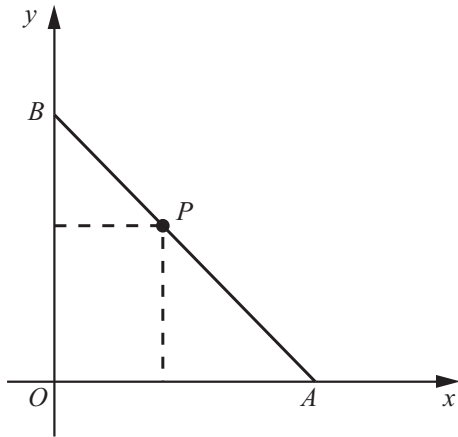
(i) Determine z em termos de x .

(ii) Determine o valor de x do retângulo $ABCD$ de área máxima. Calcule esta área máxima.

3ª Questão:

Considere os triângulos $\triangle OAB$, no plano cartesiano, de forma que: o vértice A pertença ao eixo- x , o vértice B pertença ao eixo- y e o lado \overline{AB} passe pelo ponto $P = \left(\frac{8}{9}, 3\right)$.

Seja x a primeira coordenada do ponto A .



(a) Dê o domínio e a expressão da função que fornece o comprimento da hipotenusa \overline{AB} em termos de x .

(b) Determine uma aproximação, com erro menor que 10^{-2} , para o valor de x que minimiza o comprimento de \overline{AB} .

4ª Questão:

Sejam as funções $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dadas por

$$f(x) = 10x^2 \quad \text{e} \quad g(x) = \frac{x^3}{10}.$$

- (a) Determine uma janela gráfica do Maple, na qual é possível visualizar todos os valores positivos de x tais que $g(x) \leq f(x)$.
- (b) Determine todos os valores de y para os quais $(60, y)$ pertence à região limitada pelos gráficos de f e g .

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CICLO BÁSICO DO CTC

PUC-RIO

MAT1157 – Cálculo a uma Variável A

G1 11 de abril de 2011

(versão IIb)

Início: 9:00 Término: 10:30

Nome: _____

Matrícula: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Grau	Revisão
1 ^a	2,0		
2 ^a	2,0		
3 ^a	2,0		
4 ^a	2,0		

Prova	8,0		
Teste	2,0		
G1	10,0		

- Esta prova terá a duração de 1 hora e 30 minutos.
- É proibido manter celular ligado na sala de provas; não é permitido usar calculadora; não é permitido sair da sala durante a prova a não ser quando for entregá-la após decorridos os primeiros trinta minutos iniciais. Mantenha a prova grampeada; você pode fazer a prova a lápis mas dê a resposta a caneta.
- Ao resolver as questões esteja atento para os seguintes aspectos:
 - O plano geral da resolução deve estar claro.
 - As justificativas da resolução precisam ser fornecidas; respostas não justificadas não serão consideradas.
 - Quando usar o Maple na resolução de alguma questão, deixe isto claro fornecendo os comandos de entrada no programa, a resposta dada pelo programa e o que esta lhe permitiu concluir.
 - Explícite suas respostas. Questões sem as devidas respostas não serão consideradas.

1ª Questão:

Sejam as funções f , g e h reais definidas no intervalo $[-4, 6]$.

- (a) Sabendo que o gráfico de f é um semi-círculo, determine os valores de x para os quais $f(x) = 0$.

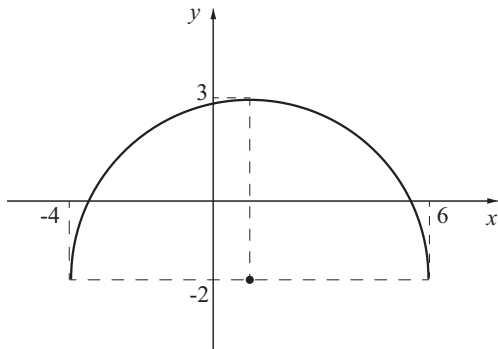


Gráfico de f

- (b) Sabendo que o gráfico de g é parte de uma parábola, determine os valores de x para os quais $g(x) = 0$.

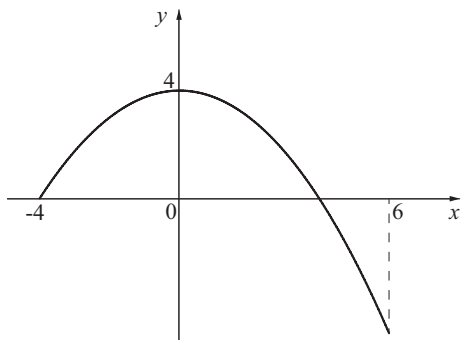


Gráfico de g

- (c) Sabendo que a função h é dada pelo gráfico abaixo, determine os valores de x para os quais:

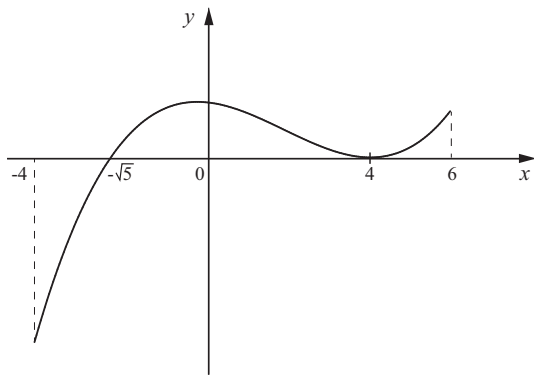


Gráfico de h

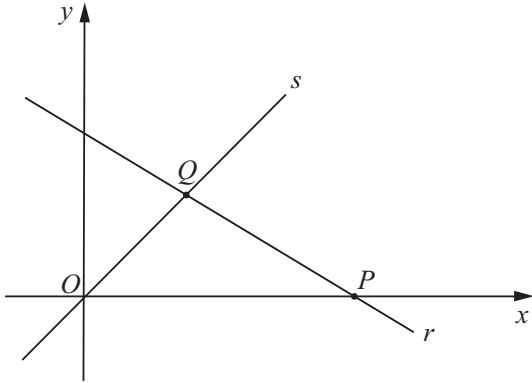
(i) $f(x) \cdot h(x) > 0$

(ii) $\frac{h(x)}{g(x)} \leq 0$

2ª Questão:

(a) Na figura abaixo, as retas r e s intersectam-se no ponto Q .

Sabendo que $P = (2, 0)$ e $Q = \left(\frac{3}{4}, \frac{3}{4}\right)$ determine:



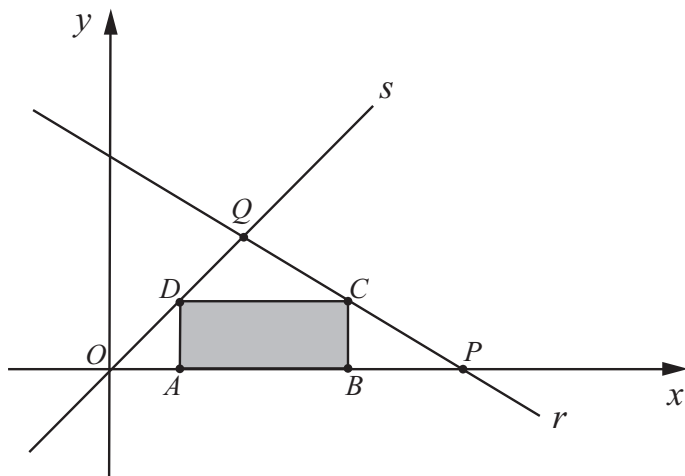
(i) A equação da reta s .

(ii) A equação da reta r .

(b) Na figura abaixo, as retas e pontos são os mesmos considerados no item anterior.

Considere os retângulos $ABCD$, de forma que o lado \overline{AB} esteja sobre o eixo- x , o vértice D sobre o segmento de reta \overline{OQ} e o vértice C sobre a reta r .

Sejam x a primeira coordenada do ponto A e z a primeira coordenada do ponto B :



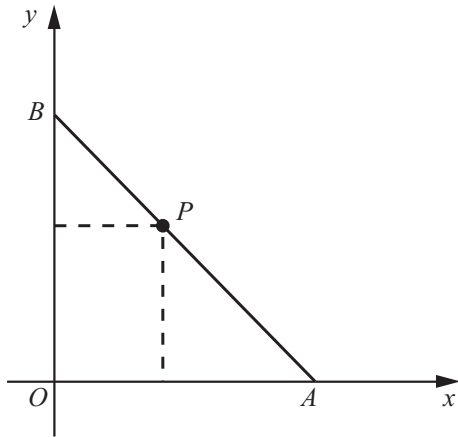
(i) Determine z em termos de x .

(ii) Determine o valor de x do retângulo $ABCD$ de área máxima. Calcule esta área máxima.

3ª Questão:

Considere os triângulos $\triangle OAB$, no plano cartesiano, de forma que: o vértice A pertença ao eixo- x , o vértice B pertença ao eixo- y e o lado \overline{AB} passe pelo ponto $P = \left(\frac{8}{9}, 2\right)$.

Seja x a primeira coordenada do ponto A .



(a) Dê o domínio e a expressão da função que fornece o comprimento da hipotenusa \overline{AB} em termos de x .

(b) Determine uma aproximação, com erro menor que 10^{-2} , para o valor de x que minimiza o comprimento de \overline{AB} .

4ª Questão:

Sejam as funções $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dadas por

$$f(x) = 10x^2 \quad \text{e} \quad g(x) = \frac{x^3}{10}.$$

- (a) Determine uma janela gráfica do Maple, na qual é possível visualizar todos os valores positivos de x tais que $g(x) \leq f(x)$.
- (b) Determine todos os valores de y para os quais $(70, y)$ pertence à região limitada pelos gráficos de f e g .